フロケの定理に基づく FDTD 法による導波管フィルタの設計法の検討

柴崎年彦1 椛沢栄基2 黒木啓之3 木下照弘4

A Design of Waveguide Filter by FDTD Method Based on Floquet's Theorem

Toshihiko Shibazaki¹ Eiki Kabasawa² Takashi Kuroki³ Teruhiro Kinoshita⁴

Abstract

For the composition of the delay circuit and the filter, the periodic structure of the waveguide is well used. The authors have shown the efficient FDTD analysis method based on Floquet's theorem for waveguide filter with periodic structure.

キーワード: 周期構造, 導波管フィルタ, FDTD法, 無損失, フロケの定理 (periodic structure, waveguide filter, FDTD method, lossless, Floquet's theorem)

1 はじめに

導波管不連続問題の分野では、これまでに種々の形状の 解析が検討され、現在でも、多くの受動回路はこれらの不 連続を利用して開発、設計がなされている[1]. 筆者らは 過去に高帯域化に伴って影響の著しい不連続の厚みの問題 に着目し、規範問題である誘導性と容量性の導体アイリス を取り上げ、変形留数計算法 (Modified Residue-Calculus Method)[2] を適用して厚みを考慮した解析を行った.そ して、基本モード伝送の場合に、反射および透過係数が精 度よく求まることと、伝送帯域全般にわたって実測結果と よく一致することを示した (例えば、[3],[4]).

これに引き続き,導体アイリスを複数個設置したフィル タ等の回路応用に関して,厚みを取り入れた扱い(例え ば,文献[5],[6]など)を検討するにあたり,波長の短い 領域での応用を想定した場合には有限の取り扱いよりも, むしろ無限長の周期構造として取り扱った方が適切と考 え,フロケの定理に基づいた周期構造導波路のFDTD 解 析法を提案した(例えば,[7],[8]).

ここでは、通常のアイリス結合タイプの設計法とは異 なり、提案した FDTD 解析法を応用して、周期構造導波 管の特性解析をもとに、導波管フィルタを製作する方法を 検討している.はじめに、フロケの定理に基づく FDTD 解析について説明し、数値計算により求まる *k* – β 特性か ら、周期構造特有の通過域と遮断域が求まることを述べ る.次いで、周期的に配置した導体アイリスの寸法を可変 させた場合の $k - \beta$ 特性を示し、それより導体アイリスの 寸法を決定する方法を述べる.そして、別法との計算結果 の比較検証を行ったのち、無限長から有限長に切り出す際 の見積もり方を工夫する.

2 フロケの定理に基づく FDTD 解析

2.1 フロケの定理

周期導波路系におけるのフロケの定理は、『ある1つの 固有伝送モードにおいて、ある断面内の電磁界は、それ より1周期長離れた場所の断面内の電磁界にある複素数 を掛けたものに等しい』[9]というもので、この定理は導 波路系が損失を含んだ場合にも成立する. 無限長の周期 導波路系においては、それを横方向に1周期長だけずら して元の導波路系と同じものが得られることから、この 定理が理解される. いま、周期構造導波路系の電磁界を、 式(1)のように置く.

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{E}}(x, y, z)e^{-j\gamma y}e^{-j\omega t} \tag{1}$$

ここで, \hat{E} は, y について周期 D の周期関数である. y_1 の場所の電界を E_1 , $y = y_1 + D$ の場所の電界を E_2 とす ると,

$$\mathbf{E_1} = \hat{\mathbf{E}}(x, y_1, z) e^{-j\gamma y_1} e^{-j\omega t}$$
(2)

$$\mathbf{E_2} = \mathbf{\hat{E}}(x, y_1 + D, z)e^{-j\gamma(y_1 + D)}e^{-j\omega t}$$
(3)

記述できる.ここで,

$$\mathbf{E}(x, y_1, z) = \hat{\mathbf{E}}(x, y_1 + D, z) \tag{4}$$

¹都立産技高専品川キャンパス電子情報コース,教授

²都立産技高専品川キャンパス電子情報コース,助教

³都立産技高専品川キャンパス電子情報コース,准教授

⁴東京工芸大学工学部コンピュータ応用学科,教授

であるから,

$$\mathbf{E_2} = \mathbf{E_1} e^{-j\gamma D} \tag{5}$$

となり、フロケの定理が導かれる. さらに、周期構造導波 路系が無損失であるとすると、伝搬定数の γ は位相項の β のみとなり、式 (5)の関係より、

$$\mathbf{E_2} = \mathbf{E_1} e^{-j\beta D} \tag{6}$$

が得られる。以上の関係を FDTD 解析にあてはめる。

2.2 周期構造導波路の FDTD 解析

図1は、平行平板導波路内における任意形状の周期構造 を示している. 図では伝搬方向をy軸とし、導体板と垂直 方向をx軸、導体板と平行な方向をz軸としている. 図に おいてy軸方向に周期Dの周期構造をなしており、z軸 方向に媒質は一様で界の変化はないものとする. ここで、 導波管内の媒質の誘電率、および、透磁率を ε , μ と表し、 電界が平板と平行でz方向を向いているものとする. こ の場合、電磁界はz軸と平行な2枚の導体板で囲まれた 領域をy方向に伝搬することとなり、基本モード伝送の 方形導波管の幅aの方向を周期的に変化させた構造に相 当する.



図1 周期構造をした平行平板導波路と座標

図1 において,界はz方向に一定であり,さらに,電 界はz成分のみであり,磁界はxおよびy成分が存在する.フロケの定理に従って,

$$E_z(x, y, z; t) = \operatorname{Re}[e_z(x, y, z; t)e^{-j\beta y}]$$
(7)

$$H_x(x, y, z; t) = \operatorname{Re}[h_x(x, y, z; t)e^{-j\beta y}]$$
(8)

$$H_y(x, y, z; t) = \operatorname{Re}[h_y(x, y, z; t)e^{-j\beta y}]$$
(9)

と伝搬方向にフェーザ表示される界分布を求めることと する.ただし、 β は位相定数であり、 $\operatorname{Re}[y]$ はyの実数部 を意味し、 $e_z(x, y, z; t)$ などはy方向の周期条件

$$e_z(x, y + D; t) = e_z(x, y; t)$$
 (10)

$$h_x(x, y + D; t) = h_x(x, y; t)$$
 (11)

$$h_y(x, y + D; t) = h_y(x, y; t)$$
 (12)

を満足する

この場合に、マクスウェル方程式の各成分は次のように 記述される.

$$\frac{\partial e_z(x,y;t)}{\partial y} - j\beta e_z(x,y;t) = \mu \frac{\partial h_x(x,y;t)}{\partial t}$$
(13)

$$\frac{\partial e_z(x,y;t)}{\partial x} = -\mu \frac{\partial h_y(x,y;t)}{\partial t}$$
(14)

$$-\frac{\partial h_y(x,y;t)}{\partial x} + \frac{\partial h_x(x,y;t)}{\partial y} - j\beta h_x(x,y;t)$$
$$= \varepsilon \frac{\partial e_z(x,y;t)}{\partial t}$$
(15)

次に周期条件,

$$e_z(x,0;t) = e_z(x,D;t)$$
 (16)

$$h_x(x,0;t) = h_x(x,D;t)$$
 (17)

$$h_y(x,0;t) = h_y(x,D;t)$$
 (18)

を考慮し,方程式 (13)–(15) を差分近似して数値計算すれ ば,界の過渡応答が求まる.方程式 (13)–(15) において, 時間微分を Δ_t を用い,

$$\frac{\partial e_z(x,y;t)}{\partial t} \simeq \frac{e_z(x,y;t+\Delta_t) - e_z(x,y;t)}{\Delta_t}$$
(19)

$$\frac{\partial h_x(x,y;t)}{\partial t} \simeq \frac{h_x(x,y;t+\frac{1}{2}\Delta_t)}{\Delta_t}$$
(20)

$$\frac{\partial h_y(x,y;t)}{\partial t} \simeq \frac{h_y(x,y;t+\frac{1}{2}\Delta_t)}{\Delta_t}$$
(21)

と差分近似する.

次に,解析領域での電界,および磁界の各成分について, Δ_x, Δ_y とそれぞれx, y方向の微小成分に分割し,離 散化する.その上で,式 (19)–(21)を,

$$e_{z_{i,m}}^{n} = e_{z}(i\Delta_{x}, m\Delta_{y}; n\Delta_{t})$$
(22)

$$h_{x_{i,m}}^{n} = h_{x}(i\Delta_{x}, (m-\frac{1}{2})\Delta_{y}; (n+\frac{1}{2})\Delta_{t})$$
(23)

$$h_{y_{i,m}}^{n} = h_y((i-\frac{1}{2})\Delta_x, m\Delta_y; (n+\frac{1}{2})\Delta_t)$$
 (24)

$$\frac{\partial e_z(x, m\Delta y; n\Delta t)}{\partial x}\Big|_{x=(i+\frac{1}{2})\Delta x} \simeq \frac{1}{\Delta x} (e_{z_{i+1,m}}^n - e_{z_{i-1,m}}^n) \quad (25)$$

$$\frac{\partial h_x(i\Delta x, y; (n+\frac{1}{2})\Delta t)}{\partial x}\Big|_{x=(i+\frac{1}{2})\Delta t} \simeq \frac{1}{\Delta x} (h_{i+1,m}^n - h_{i+1,m}^n) \quad (26)$$

$$\frac{\partial h_x(i\Delta_x, y; (n+\frac{1}{2})\Delta_t)}{\partial y}\bigg|_{y=m\Delta_y} \simeq \frac{1}{\Delta_y}(h_x^{n}_{i+1,m} - h_x^{n}_{i,m}) \quad (26)$$

と差分近似する.

される

$$e_{z_{i,m}^{n+1}} = e_{z_{i,m}^{n}} - \eta \frac{Nc_0 \Delta_t}{\Delta_x} (h_{y_{i,m}^{n}} - h_{y_{i-1,m}^{n}}) + \eta \frac{Nc_0 \Delta_t}{\Delta_y} (h_{x_{i,m+1}^{n}} - h_{x_{i,m}^{n}}) - \frac{1}{2} j \beta \eta N c_0 \Delta_t (h_{x_{i,m+1}^{n}} + h_{x_{i,m}^{n}})$$
(27)

$$h_{x_{i,m}}^{n} = h_{x_{i,m}}^{n-1} + \frac{1}{\eta} \frac{Nc_0 \Delta_t}{\Delta_y} (e_{z_{i,m}}^n - e_{z_{i,m-1}}^n) -\frac{1}{2} j \beta \frac{1}{\eta} Nc_0 \Delta_t (e_{z_{i,m}}^n + e_{z_{i,m-1}}^n)$$
(28)

$$h_{y_{i,m}}^{n} = h_{y_{i,m}}^{n-1} - \frac{1}{\eta} \frac{Nc_0 \Delta_t}{\Delta_x} (e_{z_{i,m}}^{n} - e_{z_{i-1,m}}^{n})$$
(29)

ここで、 η , c_0 , N は、それぞれ真空の光速 ($c_0 = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$)、 媒質の固有インピーダンス ($\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$),および屈折率 $(N = c_0 \sqrt{\mu \varepsilon})$ である.

周期条件と境界条件

$$e_{z_{i,0}}^{n} = e_{z_{i,M}}^{n},$$
 (30)

$$h_{x_{i,0}}^{n} = h_{x_{i,M}}^{n},$$

(31)
 $(i = 1, 2, 3, \cdots, I)$

$$e_{z_{i,m}}^{n} = 0, (導体内部および表面において) (32)$$

 $(n = 1, 2, 3, \cdots)$

のもとで、電磁界の適当な初期分布からはじめ、式(27)-(29) を逐次繰り返し計算すれば、先に与えた伝搬定数 β の値に対する電磁界の過渡応答が求まる。

2.3電磁界の過渡応答

図 2(a)(b) は、平行平板の片側を歯形構造とした非対称 のコルゲート導波管とその解析領域を示している.図は 厚い非対称の誘導性アイリスを方形導波管内に周期的に 配置した場合に相当する.図において導波管の幅は a(長 さ: ℓ_1), 歯形の幅は c であり, ここでは繰り返しの周期 長をDとし、 $D = \ell_1 + \ell_2$ としている。

本 FDTD 法では1周期長の解析領域における電磁界の 過渡応答を逐次計算することとなる。ここで、はじめに 電界成分の変化の様子を示す.図2(b)には,計算での式 (30)-(31)の周期条件の取り込み方を具体的に示している. 解析領域での端の処理は、矢印に示すように e_z と h_x を計 算毎に入れ替え,式(27)-(29)を逐次繰り返して計算し, 以下の計算例に示すような電界分布の過渡応答を求めてい る. なお,計算例では,Xバンド(8.2~12.4[GHz])を想

以上の近似により、方程式 (13)-(15) は次のように近似 定し、導波管の幅を 22.9[mm](規格:WRJ-10) として計算 している、具体的な歯形寸法等の計算パラメータとしては、 $\boxtimes 2(a)$ $\&ialla, c = 3a/4, D = 20[mm], \ell_1 = 3D/4, \ell_2 = D/4,$ $\Delta_x = a/128, \Delta_y = D/128, \Delta_t = 0.5\Delta_x/c_0$ (c₀ は光速: $c_0 = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$) としている.





図 3. 電界分布 (初期値 t = 0 と t = 0.611 [nsec]

図 3(a) は初期値を方形基本モード TE₁₀ とした場合の 電界分布を示している.図では,高さ方向が図 2(a)の z 軸であり、電界強度を示している。また底面の横軸が伝搬 方向の y 軸, もう一方が幅方向の x 軸に相当し, それぞ れ,解析領域の分割数を示している.図において,歯形の 導体部分には式(32)より強制的に電界成分を0と与えて おり、式(30)の条件により隣接する境界部の電界も0と なっている。一方図 3(b) は繰り返し計算時の電界分布で あり,初期分布に比して電界分布の変化している様子が分 かる. この電界分布の変化を1点で観測すれば、先与えた 伝搬定数 B に対応する時間応答波形が得られる。

時間応答波形と周波数スペクトラム 2.4

図 4(a) は電界の過渡応答を1点で観測した時間応答波 形である.ここでは $\beta = 0.209$ [rad./mm] であり、図3の $x = a/2, y = \ell_2$ の点を観測点としている。図では、縦軸 が電界強度、横軸が逐次計算の繰り返し時間を示してい る. 図のように、細かく振動した波形が得られ、ちょうど 振幅変調の波形のように、基本周波数に他の周波数成分が 重畳した波形の得られていることが確認される. 図 4(a) の時間応答波形を離散フーリエ変換 (DFT) し、周波数ス ペクトラムを求めれば、その極大値(時間応答のフーリエ スペクトラムの共振周波数)より、 β に対応する周波数 ω が得られ、波数 $k[= 2\pi f/c]$ が決定される.

図 4(b) は、図 (a) を DFT 変換して求めた周波数スペク トラムである. 図では縦軸が電界強度であり、横軸が周波 数 f[GHz] を示している. 図において f = 8,16[GHz] に 鋭いピークが観測されており、いくつかの伝搬モードの存 在することが確認される.

以上のように伝搬定数 β に対応する周波数fを求める ことで、周期構造導波路の $k - \beta$ 特性〔波数kと伝搬定 数 β (無損失の場合は純虚数で位相項のみ)の関係、分散特 性〕を数値的に決定することができる。



図 4. 時間応答波形と周波数スペクトラム



図 5. 非対称コルゲート導波管の f(k) – β 特性

図のように、伝搬定数をβに対し、いくつかの周波数が 対応しており確認され、位相速度が一義的に定まらないこ とが分かる.また、周期構造導波路の特徴として、通過域 (pass band)と阻止域 (stop band)を有することがあげら れるが、図のように、Xバンド規格内の10.3~11.2[GHz] 帯とその上の15[GHz]帯に、対応する伝搬周波数のない 領域、すなわち、周期構造特有の阻止域が確認される.こ の阻止域ではマイクロ波はきわめて強い減衰を受け、周期 構造内を伝搬できないと考えられる.

3 アイリスの寸法を変化させた計算

次に、アイリスの寸法を変化させて計算する. はじめ に、図 2(a) の $d \epsilon d = a \times 3/4$ に固定し、 $\ell_2 \epsilon 2.5[mm]$ から 2.5[mm] ごとにパラメータ的に変化させて $k - \beta$ 特 性を求める.

図 6(a)は, ℓ_2 を厚くしていった $k - \beta$ 特性で, 横軸は 波数ではなく規格導波管の使用周波数と比べやすいよう に周波数で表示している. 図のように, ℓ_2 が大きくなる につれ通過域の最低周波数が $7[GHz] \rightarrow 9 [GHz] へとシ$ フトしており, 10~11[GHz] で連続した計算値がジャンプする帯域が確認される. これは, 2.5 で説明した周期構造による阻止域である.

図 6(b) には寸法の変化による阻止域をマッピングした 設計チャートを示している。図 6(b) では厚みが大となる と阻止域が狭くなることが確認でき、寸法で帯域の制御 ができることが分かる。



図 6. アイリスの厚さ ℓ_2 を変化させた $k - \beta$ 特性

2.5 $k - \beta$ 特性

次に, β を変化させて求めた, $k - \beta$ (分散)特性を図 5 示す. 図では,横軸に伝搬定数を $-\beta D$,縦軸に波数kを周波数fとし, $\beta - f$ 特性に整理して表現している. 次に、アイリスの幅 dを変えた場合の $k - \beta$ 特性を調べる。計算では、厚みの時と同様に、幅を 2.5[*mm*] ステップで可変させている。図 7(a) に $k - \beta$ 特性を、図 7(b) の阻止域のマッピングした設計チャートを示す。図より、幅



図 7. アイリスの幅 dを変化させた $k - \beta$ 特性

dが狭ければ狭いほど阻止帯は狭くなり,幅が大きくなる と広くなることが確認できる.しかし,幅 d が導波管幅 半分以上となる 12.5[mm]を超えると規格導波管の使用帯 域で阻止域を得ることができなくなった.これは導波管幅 の 1/2 以上になるとアイリスが電界を遮るカットオフと なるためと考えられる.

以上,アイリスの寸法を可変させ,図 6,7のように, 周期構造特有の阻止域(通過域)を押さえることでフィル タ回路の特性を見積もることができる.さらに図のよう なチャートをもとにフィルタの要求特性(減衰の急峻度, リップル等)を加味して段数を決めれば,所望のフィルタ 回路が得られる.

4 一般の FDTD 法および実験値との 比較

次に,周期構造を有限長として一般の FDTD 法で振幅 特性を求め,阻止域が一致するか否かを確認する.そし て,何周期程度確保すれば無限長とほぼ同等の取扱いにな るかを見積もった結果を示す.さらに,試料を製作して実 験を行い,反射定在波法で阻止域を確認した結果を示す.

図 8 は一般の FDTD 法による解析モデルを示している. 図のように有限長として取扱う.比較のために図 2(a) の非 対称コルゲート導波管を対象とし,計算パラメータも 2.3 と同様 (歯形寸法:a = 22.9[mm],c = 3a/4, D = 20[mm], $\ell_1 = 3D/4, \ell_2 = D/4$) とした.この場合,2.5 で述べたよ うに,Xバンド規格内の 10.3 ~ 11.2[GHz] 帯とその上の 15[GHz] 帯に阻止域が現れることが予想される.

なお計算では,解析領域を確保するために各差分量を, 幅方向 $\Delta x = 1.0409[mm]$, 伝搬方向 $\Delta z = 1.0200[mm]$, 時間分割 $\Delta t = 0.9781 \times 10^{-3}[ns]$ とした.また ガウス波 を入力とし,段数による阻止域の違いを見るために,図 2(a)の1周期長を1段とした.そして3,5,7,...,15段と 多段接続させて周期長を伸ばし,出力端の電界強度を観 測してフーリエ変換行い,透過損失特性を算出した.



図 8. 一般的な FDTD 法における解析モデル

図 9(a)(b) は一般の FDTD 法により求めた周波数スペ クトルを示しいる.図の縦軸は相対的な電界強度を表し ている.図において、6.5[GHz]で立ち上げっているのが 直管であり、幅 a = 22.9[mm]のカットオフ周波数 f_c と 一致しているのが読み取れる.また、 $3,5,7,\ldots,15$ 段と 可変させた場合では、直管に比し、 $10.3 \sim 11.2[\text{GHz}]$ 帯 と 15[GHz]帯において 3 段,5 段,7 段と徐々に電界強度が 立ち下がる様子が確認できる.

図 10(a)(b) はこのときの透過損失特性を示している.図の縦軸は透過損失量であり、図では透過損失が大きくなると透過成分が少なく、反射成分が多いことを表している. 図のように、10.3 ~ 11.2[GHz] 帯と15[GHz] 帯において、段数が増加するごとに透過損失量が徐々に大きくなる様子が分かる.このうち図 10(b)の11 段以上で約 20[dB] となっており、この計算例では 10 周期以上確保すれば、図5 で求めた $k - \beta$ 特性の阻止域が確認されたと判断できる.

最後に図8のモデルと同様に,図2(a)の1周期長を1 段とした試料(寸法は先に同じ)をWRJ-10のXバン ド規格導波管で製作し,それを多段接続させて反射定在 波法で阻止域を確認した結果を示す.

図 11 は 10 段接続させた場合の反射損失特性を示して いる.図では縦軸が反射損失量であり、この場合には、損 失量が大きいほど反射成分が小さく、透過成分が大きい ことを表している.図のように、約 10.2[GHz] 付近から 11.2[GHz] までが反射損失量がほぼゼロとなり、この帯域 でほとんどの電磁波が反射していることが分かる.先の 一般の FDTD 法の結果と同様、非対称のコルゲート導波



管の阻止域を良く説明する結果が得られ、帯域阻止フィル タの特性が得られていることが確認される.



図 11. 10 段接続した場合の反射損失(実験値)

5 むすび

本論では、導体アイリスを複数個を設置したフィルタ等 の回路応用に関して、厚みを取り入れた扱いを工夫する にあたり、周期構造導波管の特性解析をもとに導波管フィ ルタを設計する方法を検討した。

はじめに、フロケの定理に基づく FDTD 解析について 説明し、数値計算により求まる $k - \beta$ 特性から、周期構 造特有の通過域と遮断域が求まることを述べた。次いで、 周期的に配置した導体アイリスの寸法を可変させた場合 の $k - \beta$ 特性を示し、導体アイリスの寸法を変化させ、阻 止域をマッピングした設計チャートを示した.そして、周 期構造特有の阻止域(通過域)を押さえることでフィルタ 回路の特性を見積もることができることを示した.その上 で、周期構造を有限長として一般のFDTD法で振幅特性 を求め、阻止域が一致するか否かを確認した後、何周期程 度確保すれば無限長とほぼ同等の取扱いになるかを調べ、 無限長から有限長に切り出す際の見積もり方を工夫した. その結果、10周期以上確保すればよいとの結論を得、試 料を自作した実験では阻止域が一致したフィルタ特性を 確認できた.

以上,導体アイリスの寸法を変化させた設計チャートを もとにフィルタの要求特性(減衰の急峻度,リップル等) を加味して段数を決めれば,所望のフィルタ回路が得られ る見通しが得られた。今後は厚みの効果を積極的に利用 したミリ波帯域利用の新しいフィルタを開発したい。

参考文献

- [1] 太田 勲, 許 瑞邦:"2次元導波路不連続問題の整理と解析 ソフトの開発",信学技報,MW99-76(1999-08).
- [2] Mittra, R. and Lee, S. W., Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves, Macmillan, New York and London, 1971.
- [3] Toshihiko Shibazaki, Teruhiro Kinoshita, Ryouzi Shin'yagaito : "Numerical Analysis of Inductive Discontinuities of Finite Thickness in Rectangular Waveguides Using the Modified Residue-Calculus Method," *Trans. IEICE, Electron.*, Vol. E77-C, No.11, pp.1786-1794, Nov. 1994.
- [4] Toshihiko Shibazaki, Teruhiro Kinoshita : "A Precision Solution to Symmetrical Inductive Discontinuities of Finite Thickness in the Rectangular Waveguides Using the Modified Residue-Calculus Method," *Trans. IEICE*, *Electron.*, Vol. E81-C, No.12 pp.1807-1813, Aug. 2001.
- [5] 馬 哲旺, 難波由樹, 小林禧夫:"アイリス結合導波管形帯域 通過フィルタにおけるアイリス厚さの影響に関する検討", 信学技報, MW99-93(1999-08).
- [6] 松島 章,福田弥寿雄:"方形導波管誘導性窓型フィルタの 特異積分方程式による数値解析",電学会電磁理論研資, EMT-01-74(2001-10).
- [7] 木下照弘,柴崎年彦:"周期構造をした平行導体板導波管の FDTD法による数値解析法について",東京工芸大学工 学部紀要, Vol.19, p. 86-91 (1997-01).
- [8] Toshihiko Shibazaki, Isao Matsuda, Teruhiro Kinoshita : "Method of the FDTD Analysis for Periodic Waveguide ," TELECOMMUNICATIONS AND RADIO-ENGINEERING, Vol.58, No. 1 & 2, P.194-202, 2002 Begell House, Inc., Sep. 2002.
- [9] 藤沢和男:" 改版マイクロ波回路", 第6章, p.109-113, コ ロナ社 (1997-01).