

都立高専入学生の数学学力調査について VI

久保田 耕司

A Report on the Mathematical Achievement Test at Tokyo Metropolitan College of Industrial Technology VI

Koji KUBOTA

Abstract : In a technical college, mathematics is a very important element of engineering. In order to have a suitable class in mathematics for technical college student, teachers must know what level of mathematics the first year students have attained. This paper reports the results of the achievement test since 1995 which covers the mathematics which the first year students have to understand.

Keywords : achievement test, technical college, mathematics

1. はじめに

東京都立工業高専数学科では、1995年度より入学直後の1年生約200名に対して基礎学力調査を行ってきた。2006年度より産業技術高専となったが、継続して調査を行い2008年度までにデータを蓄積している。今回の報告では、産業技術高専となって3回目の入学生を迎えたことと最近3年間の間に受験倍率に大きな変化がみられることなどをふまえ、1995年度からの長期の調査データと比較して最近の入学生の学力がどのように変化したかについて報告を行う。

この学力調査は、入学生が高専の数学を学ぶために必要となる数学の基礎学力を備えて入学しているかを調べると同時に、得られた結果をもとに入学生に適したカリキュラムおよび教授法による授業を行うことを目的として行っている。試験問題の作成、採点と分析は筆者が行い、試験の実施は、数学の授業担当が年度の最初の授業において授業のガイダンスを行った後に30分程度の時間をとって行っている。学生には試験の実施については事前に全く知らせていない。試験問題は、おおむね継続したものであるが、各年度の学力調査テーマにより多少の変更を加えている。

1998年度に改訂された学習指導要領は、「ゆとり世代」という言葉もできたように社会的にも注目されたが、数学教育にとっても非常に大きな変化をもたらした。本調査は、このような変化を予想して計画したものではなかったが、2003年度より新指導要領に完全移行した学生についての調査は非常に興味深い変化を見せてくれた。これらについては2003年度からのデータをもとに判明した結果を[5],[6]などにおいて報告した。ゆとり教育の見直しなどの動きもあり、その変化は現在も続いているように思われる。今回は、前回の報告以降の新たなデータを付け加え、その後の変化についても報告する。また、産業技術高専となって3回目の入学生を迎え、学力入試の倍率の変動にもなる入学生の学力の変化も見られる。これについてもあわせて報告をおこなう。

1. 試験問題と結果の概要

基礎学力テストの内容の一例として、2006年度の問題を以下に示す。問題9までは、毎年同様な問題を出題し、問題10、問題11にあたる部分を年度毎に調査目的をもって別な問題と差し替えている。

2006年度問題

1. 次の式を計算せよ.

$$(1) \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \quad (2) \frac{5}{12} \div \frac{3}{4} \quad (3) (-3)^3 + (-2)^2 \quad (4) \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \quad (5) \sqrt{8} - \frac{4}{\sqrt{2}} \quad (6) 4\sqrt{3} - (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sqrt{8}$$

2. 次の式を簡単にせよ.

$$(1) (3x-y)^2 - (y^2 - x^2) + 6xy \quad (2) \frac{x+y}{2} - \frac{3x-2y}{5}$$

3. 次の式を因数分解せよ.

(1) $(x+3)^2-(x+3)-20$ (2) $x^2-5xy-6y^2$

4. 次の方程式を解け.

(1) $15x+5=4(3x-4)$ (2) $\frac{x-2}{3}-\frac{1-2x}{2}=1$ (3) $2x^2+6x=x^2+4x+15$

(4) $(x+2)^2-3=6-2(x+2)^2$ (5) $x^2-5x+3=2-x^2$ (6) $x^2+3x=x+2$

5. 次の不等式を解け.

(1) $3(1-x)>x+15$ (2) $\frac{x+2}{3}-\frac{2x-1}{4}\geq 1$

6. 下の座標に $y=2x^2$ のグラフを実線で, $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを点線でかけ.

7. 下の座標に $y=-\frac{1}{x}$ のグラフをかけ.

8. 連立方程式 $\begin{cases} 3x-y=9 \\ 2x+3y=-5 \end{cases}$ を解け.

9. $y=2x^2$ と $y=-4x+6$ の交点の座標を求めよ.

10. 「不等号」を用いて、次の①、②の文章を数式で表せ.

① 未知数 x の2乗に3を加えると、9より小さい.

② 未知数 x と1の和を3乗したものは27より大きくない.

11. 2つの直線 $y=2x-5, y=-2x+7$ の交点と点(4, 7)を通るような直線の式を求めよ.

学力検査入試の倍率と学力調査テストの平均点の関係について見る. これを表にしたものが次の表1である.

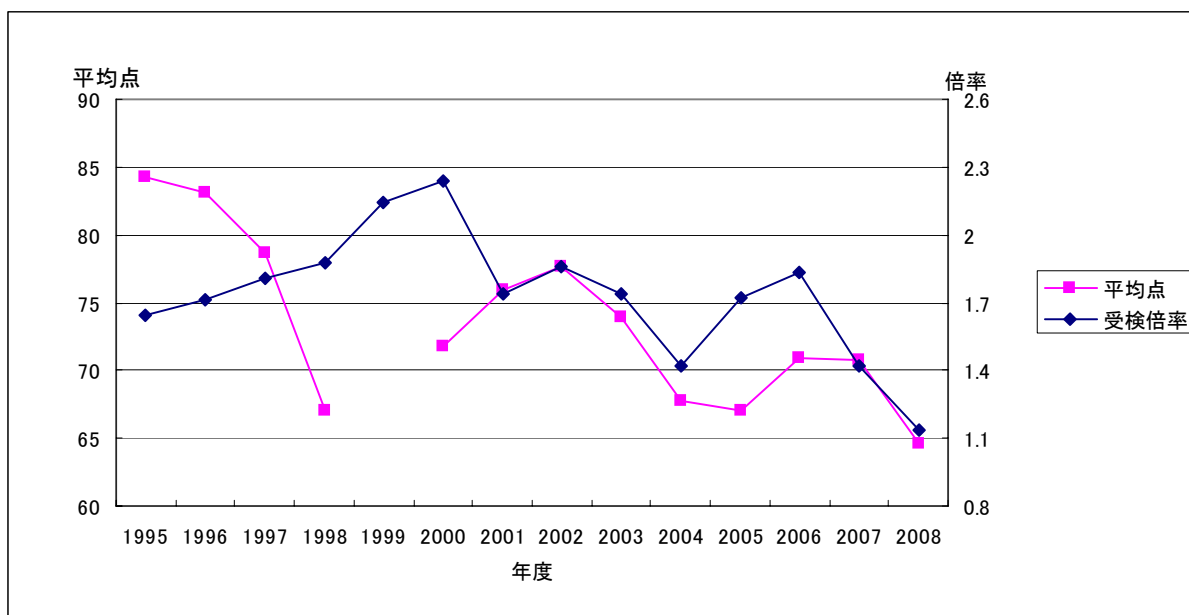
表1 倍率と平均点

入学年度	全体		機械		生産		電子		電気	
	倍率	平均点	倍率	平均点	倍率	平均点	倍率	平均点	倍率	平均点
1995	1.64	84.3	1.55	82.8					1.78	86.5
1996	1.71	83.1	1.77	80.7	0.88	79.1	3	89.6	1.16	85.5
1997	1.81	78.7	1.44	76	1.75	78	2.84	83.5	1.56	80.6
1998	1.88	67	1.84	65.4	0.88	63	3.13	72.8	1.69	68.3
1999	2.14		1.78		2.59		2.72		1.81	
2000	2.24	71.7	2.02	71.4	2.13	71.3	3.03	72.8	2.03	71.4
2001	1.74	76	1.42	73.5	2.09	80.3	2.91	78.9	0.88	73.6
2002	1.86	77.6	1.52	75.3	1.41	75.3	2.28	82.3	2.56	80.3
2003	1.74	73.9	1.58	72.3	1.78	68.2	2.03	79.1	1.72	78.2
2004	1.42	67.8	1.22	65	1.18	70.1	2.06	72	1.41	67.6
2005	1.72	67.1	1.53	66.6	1.91	66.7	1.94	65.8	1.69	69.9
2006	1.83	70.9								
2007	1.42	70.7								
2008	1.14	64.6								

1995年度までは、機械工学科、電気工学科の2学科による募集であり、1996年度から2005年度までは、機械工学科、生産システム工学科、電子情報工学科、電気工学科の4学科による募集である。2006年度より2008年度までは、2年次への進級時に学科を決定する大きく入り入試となっているため、調査結果も全体の倍率と点数のみとなっている。この表における全体の倍率と平均点をグラフにしたものが図1である。1999年度は基礎学力調査を行わなかったため平均点のグラフが1999年のところで切れている。2001年度以降は倍率と平均点が傾向としてみると連動していることがわかる。1998年度と2000年度のところで倍率と平均点に逆の動きが見られる。これは1998年度と2000年度に出題した問題10と問題11の2題が非常に難しく、正答率がそれぞれ20%と2%となってしまったので平均点が10点ほど低下したのが原因である。この部分を10点程度プラスして補正を行うと、調査結果全般にわたって、倍率と調査テストの平均点の上下の変化は連動しているということが言える。ただし、2005年、2006年のデータでもいえるように、倍率が下がった年度に直ちに平均点が下がるという直接的な連動ではない。これは、前年度の倍率を見て受検生の受検するかしないか判断するため、倍率の変動が直ちに入学生の学力には影響しないが、2年、3年という期間で見ると倍率に応じた学生が入ってくるのが1つの理由として推測される。

また、2003年度の倍率は1996年度と同じ程度であるが平均点は10点ほど低くなっている。これが学習指導要領改訂による影響の部分と見ることができる。2003年度以降は、新指導要領による学生が入学してくるが、従来からの学力の変化を調べるために、あえて指導要領からは除かれた二次方程式、不等式の問題を継続して出題している。このため、平均点は下がり、1年の入学時の学力でいえば従来より10点下がっている。2008年度に入学してきた学生の基礎学力は、これまでの最低となっているが、表1の平均点をみると、1998年度の生産、あるいは2004年度、2005年度の機械工学科に相当している。数学の1年の授業担当からも、授業の理解度、進度などは、このデータに沿うものであるとの話を聞いており、この学力調査テストが学生の学力を適切に測定していることの傍証となっているといえる。

図1 全体の倍率と平均点



高専の数学の特徴として、工学の基礎となる数学を教授することにより、高専数学として到達すべき内容の変更は困難である。もし、中学校での授業内容の削減に平行して、高専での数学の内容を削減すれば直ちに専門科目の学習に支障をきたすことになる。しかし、教育指導要領の改訂等の外部要因などにより、学生の入学時での基礎学力は、この結果からわかるように、10年前と比べれば10点ほど低くなっている。これを補いながら従来の学生と同レベルまでの内容を教授するのは容易なことではない。また、後の項で述べるように、二次方程式の解の公式などの知識の低下以上に、計算技能の低下がみられる。数学の論理的な思考も重要ではあるが、その基礎になるのは計算技能である。計算技能が不足するために理論的な理解をするまでの余裕をもてない学生も多く、計算技能の低下は非常に憂慮すべきことといえる。

2. 基礎的な計算力の結果について

基礎学力調査テストの問題1は、小学校から中学校にかけての基本的な分数、無理数、指数の計算問題であり、この正答率をグラフにしたものが図2である。14年間という長い期間で見ると、(1)、(2)、(5)といった比較的簡単な問題は正答率を変わずに維持しているが、多少複雑な問題になると2004年以降に正答率の変化が大きくなっている。これについて、次のような学力と試験点数の関係を考えている。

これまでの調査結果から、学生の学力とテスト結果は図3のようなグラフの関係をもっているのではないかと推定している。図3では横軸を学力(理解度)、縦軸を試験の点数として考える。試験問題に対して集団が十分な学力をもっている場合には、学力が下がってきても、全体の点数(平均点)の変動は見られない。しかし、ある臨界点を超えると、集団の学力が下がるに比例して、平均点が落ちてくると思われる。基礎学力テストの結果をこのような視点から見ると基礎的な計算力をみる問題1の結果が理解できると思われる。基礎的な計算力の問題のうちの簡単なものは図3における臨界点よりも右側にあるものと思われる。また、基礎的な計算力の問題のうちの複雑なものはちょうど臨界点にさしかかったところではないかと思われる。さらに、中学で削除された二次方程式、一次方程式などは臨界点よりも左側にあり、その集団の学力の変動により、大きく上下する状況にあるものと考えている。

図2 問題1の正答率

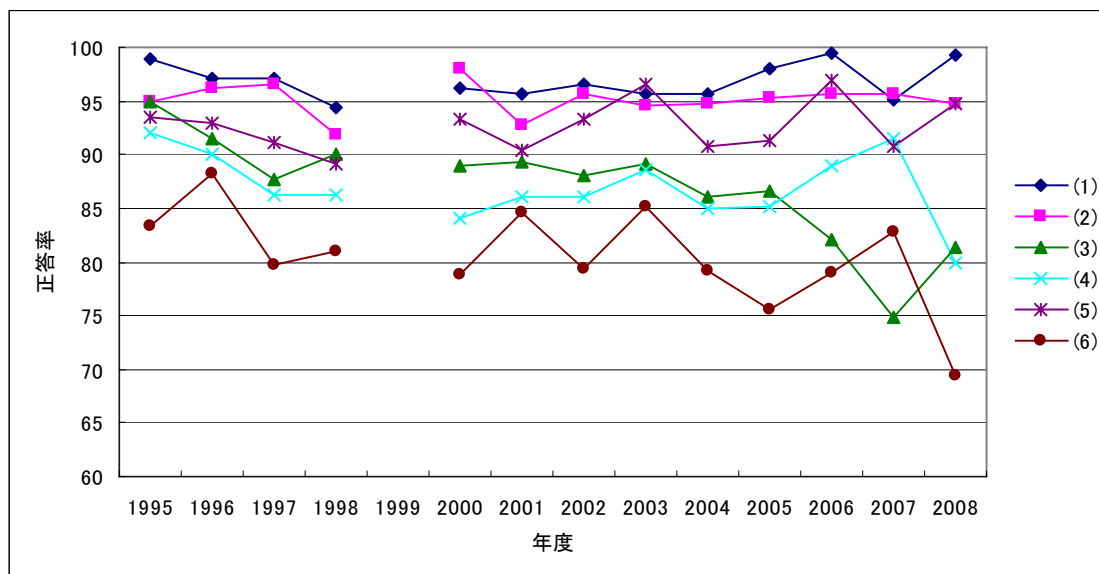
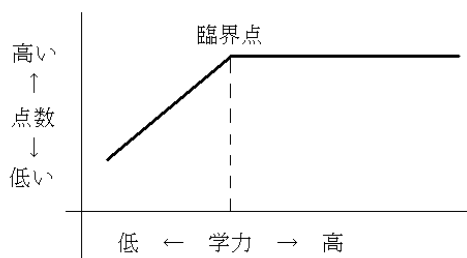


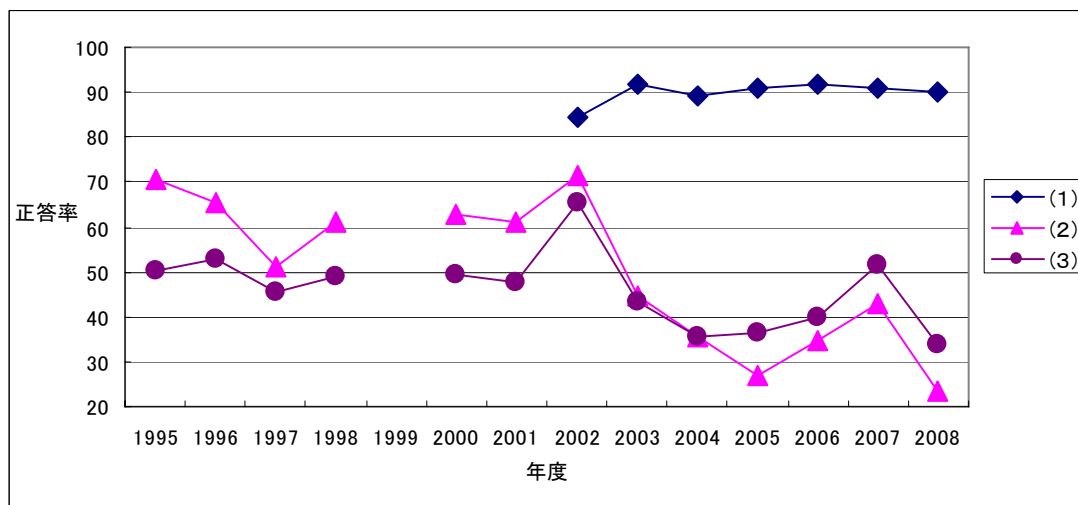
図3 学力と試験点数の関係の模式図



3. 二次方程式の解の公式と式変形について

二次方程式の解の公式が中学校での学習内容から高校の学習内容へ移行されてから二次方程式の正答率がどのように変化しているかは、これまでの研究報告[5], [6]でも報告を行ってきた。その正答率の変化をさらに最近3年間も含めて示したものが図4のグラフである。

図4 二次方程式の正答率の変化



1999年度は調査を行っていないので、その部分は他のものと同じく空欄となっている。グラフにおける(1)から(3)の各問題は、式を整理すると、

$$(1) x^2+12x-15=0$$

$$(2) 2x^2-5x+1=0$$

$$(3) x^2+2x-2=0$$

のような形になるものである。

(1)の問題は因数分解により解ける問題であり、中学校の学習内容でもあることから安定した正答率を保っている。2001年以前には、基礎学力とするにはあまりに簡単だと判断して出題をしていなかったため、正答率のデータがない。

(2)、(3)は、従来は解の公式を利用して解く問題であり、過年度に詳細に分析し、(2)と(3)の正答率が2004年度を境にして逆転している理由もそこで述べた。[5]、[6]当時は、(2)、(3)の正答率は、そのまま安定するかと思われたが、産業技術高専になってからの3年間で大きな変動が見える。これが倍率の変動に伴う本校だけのものなのか、中学校での学習指導の変化による中学生全体の変化なのかは、今後の追跡による明らかになるとと思われる。

解の公式が指導要領から外れたにもかかわらず、一定数の学生は解の公式を用いて二次方程式を解いている。そこで、2007年度には、どこで解の公式を学んだかについてアンケートをとってみた。また、学生との会話を通して学習塾に通った経験がある学生が多いように思われたので、学習塾の影響力を調べるために、どの程度の学生が中学生時代に学習塾に通ったかも調べてみた。その結果が次のようなものである。

(1) 二次方程式解の公式を用いて二次方程式を解ける。 61.4%

(2) 解けるといった学生はどこで解の公式を学んだか。(複数回答可)

① 中学校の授業で 74.5%

② 塾で 54.8%

③ 自分で本を読んで 4.3%

④ その他 5.3%

(3) 中学校の時に塾に行っていた。 69.5%

この結果を見ると、塾で解の公式を学んだ者より中学校の授業の中で学んだ者の割合が多いのが意外であった。その一方で、中学校で学んでいないので解けませんという書き込みを答案用紙にする学生もおり、中学の公教育の中でも学習指導の差が生じていることがわかる。

次に、解の公式を利用できる形に変形する際に間違えてしまう確率はどの程度なのかについて述べる。上の(1)から(3)までの問題については、そのままの形ではなく、 $x^2-5x+3=2-x^2$ のような形で出題している。この式を(1)から(3)までの形に変形する際に間違ってしまう確率はほとんど0に近いと考えている。また、(1)から(3)までは、同様な出題形式となっているので、もし式変形の際の間違いの確率が無視できない大きさの数値であったとしても、それは共通であり、これまで得た結論に影響はしない。しかし、さらに複雑な形で出題した場合にはどうなるかについて、2002年度の答案の解析から判明した結果を示す。

2002年度に二次方程式の解の公式について、学習指導要領との関係を調査するにあたり、式変形の後に最終的には同じ形になる問題を次の2つの形で与えてみた。2002年度以前は(4)の形で問題が出題されており、このままでは式変形による途中の計算の間違いもある程度の確率で考えられる。そこで、解の公式の理解度と問題の正答率をより直接的に連動させるために2002年度以降はもっと簡単な(5)の形での出題を考えた。

$$(4) (x+2)^2-(2x+1)=5$$

$$(5) x^2+3x=x+2$$

2つの式は、ともに $x^2+2x-2=0$ という形になるのだが、その正答率は次の表2のような形となり、(4)の式を標準形に直すまでに、10%ほどの間違いが生ずることを示している。これは、学生の計算力が低下すれば、数値が高くなっていくことが予想されるので、次年度以降の適当な時期に再度調査を行ってみる予定である。

表2 与式による正答率の違い

学科	全体	機械	生産	電子情報	電気
$x^2+3x=x+2$	65.4	62.4	63.4	70.0	69.0
$(x+2)^2-(2x+1)=5$	54.3	51.8	51.2	62.5	54.8
正答率の差	11.1	10.6	12.2	7.5	14.2

過年度の報告[5]、[6]で、多項式を文字で置き換えることができなくなっていることを報告したが、二次方程式に関

する次の結果も1つの傍証となる。次の2次方程式

$$(4) \quad (x+2)^2 - 3 = 6 - 2(x+2)^2$$

は、 $x+2$ を1つのものだと思って式変形を行えば、完全平方の形にすでになっているわけであり、上に上げた二次方程式より正答率はかなり良いことが期待される。しかし、2003年から2008年度まで調べた結果が表3であり、これを(2)、(3)の解の公式を利用する問題と比べるためにグラフにしたものが図5である。

表3 $(x+2)^2 - 3 = 6 - 2(x+2)^2$ の正答率の変化

年度	2003	2004	2005	2006	2007	2008
正答率	43.3	31.9	24.4	46.3	45.4	30.7

図5 2次方程式(2)、(3)、(4)の正答率の変化

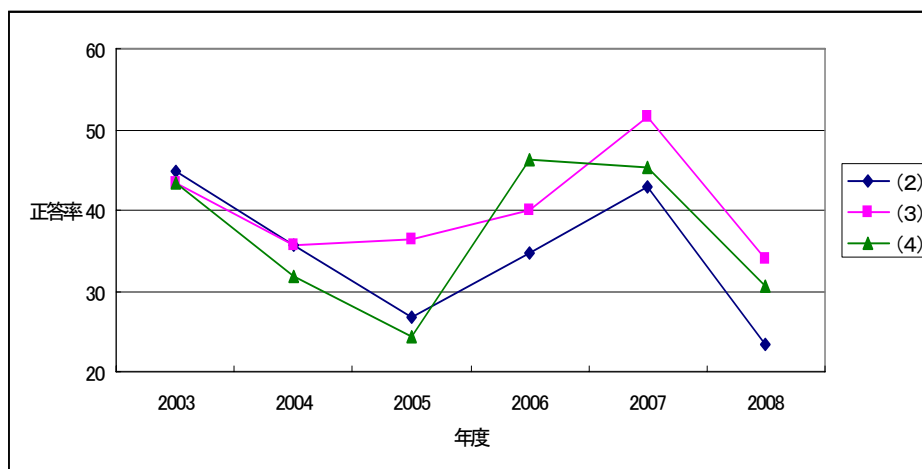


図5において(2)、(3)は上に記した二次方程式の正答率であり、(4)がこの方程式である。グラフからわかるように、論理的には他の問題より容易であるはずの(4)の正答率が、他の問題とほとんど変わらないという結果になっている。この理由は、 $x+2$ という式が同じものであることが学生には見えていないためであると考えられる。むしろ、この式を展開してしまい、その際に計算間違いを行い、かえって(2)の問題よりも正答率を下げている。高専における数学あるいはその工学への応用においては、式を1つの文字で置き換えるという作業は頻繁に使われるものである。この結果は、入学時にはこの作業ができていないことを念頭において高専での数学の指導を行うことが必要であることを示している。

4. 不等式について

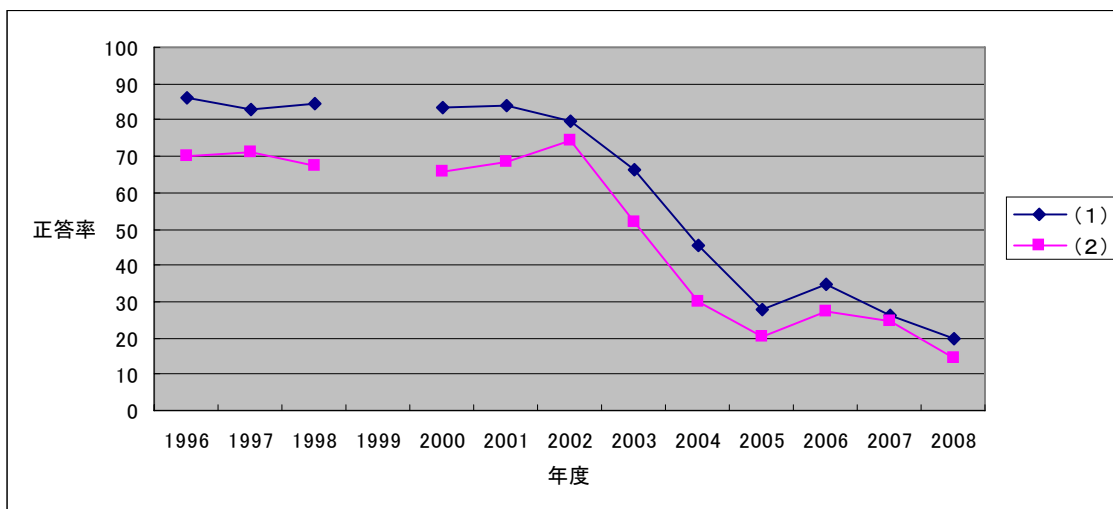
不等式についても、中学校での教授内容から高校へと移行され、その正答率の報告をすでに行っている。[5]、[6]新しい結果も含めて正答率をグラフで表したものが図6である。

グラフにおいて(1)は、1996年度から2002年度までは、 $-3(x-1) > x+15$ という問題の正答率であり、2003年度から2008年度までは、 $3(1-x) > x+15$ という問題の正答率である。2つの問題の差異は、「-1」を外に出してあるか、括弧の中に入れてあるかの違いであり、後者の方が計算間違いは少ないはずである。しかし、2002年度よりはっきりと急落しており、2006年度に多少持ち直したものの、それ以降に再び低下している。2006年度に持ち直した理由は、図1の倍率と平均点にも見られるように、受検倍率に伴うものであると見れば、母集団である中学卒業生の一次不等式の正答率は低下の一途をたどっていると言えるのではないかと。

(2)は、 $\frac{x+2}{3} - \frac{2x-1}{4} \geq 1$ の正答率であり、不等式が解ける問題である時は(1)よりも難しく正答率の低い問題であった

が、指導要領から除かれて以降は、ほとんど2つの問題の差がなくなり、「不等式の問題」は学生にとって解けない問題となってきたことがわかる。

図6 不等式の正答率



5. 指数計算について

高専の数学あるいは専門科目においても指数の計算は非常に頻繁に使われる。たとえば、微分、積分における多くの問題で指数計算が伴い、物理などでは指数を用いて次元解析などを行う。中学では正の指数の計算までは行うということから、つい「正の指数の計算ならば中学校の知識でできる」と理解しがちであった。しかし、中学校で学ぶのは指数により表現ができることを学ぶのが主であり、新指導要領の以前から指導要領においては「公式の変形や連立方程式を解くために必要な程度にとどめ」、「いたずらに複雑で無意味な計算練習に陥らないようにする」という注意がされている。これは、指数の計算という立場から見ると、非常に簡単な計算しか扱わないということになる。中学校で使用されている教科書を見ると、式の計算の部分では指導要領の改訂前後で大きな変化は見られないが、教科書の演習問題が一段と簡単になってきたように思われる。たとえば、導要領改訂前は $\left(-\frac{x}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{3}y\right)^2$ のように多少複雑と思える指数計算も含まれていたが、改訂後の教科書では係数が整数の場合が多く、ざっと見た中で一番複雑だと思われるものが $(-2x)^3 \times x \div (-2x)$ のようものとなっている。

そこで、次のような指数の問題を出題して、その正答率を調べた結果、表4のようになった。

表4 指数計算問題の正答率

		2007	2008
(1)	$12ab^3 \div (-2b)^2$	86.5	80.7
(2)	$18(a^3b^2)^3 \div (-3a^4b^3)^2$	44.8	46.7
(3)	$(a^3b^5)^3 \div (-ab^4)^3 \times b^2$	30.7	22.7

(1)は、おそらく中学校の中でも難しい指数の問題、(2)、(3)は中学校では出ない問題ではないかと思われる。難易度に応じた正答率となっており、2問目、3問目の正答率は中学校では学んでいないという2次方程式の解法や一次不等式に準ずる同レベルの正答率である。高校では、2年次の中盤程度に導入される負の指数、分数指数などが、高専においては1年次の後半に導入されるので、指数計算についても二次方程式の解の公式と同程度の理解と考え、入学前の課題あるいは1年次に演習を主体とした時間を設けるなどして、十分な演習により計算力をつけることが必要であると考えられる。

6. 文章を数式で表現する技能について

この基礎学力調査の問題は、主に高専で学ぶ最低限の数学的スキルをもっているかという視点から作成しているためにほとんどが計算技能を問う問題となっているが、2004年から2006年の3年間にわたっては、文章で表された不等式の関係を不等号で表すという、多少の論理性を必要とする問題を出題してみた。問題は、次の(1)と(2)の2題であり、その正答率は次の表5のようになった。

- (1)未知数 X の 2 乗に 3 を加えると, 9 より小さい.
 (2)未知数 X と 1 の和を 3 乗したものは 27 より小さくない.

表 5 文章を不等号で表す問題

	2004	2005	2006
(1)	85.0	86.6	74.7
(2)	28.5	31.6	20.4

この正答率から, (1)のように素直な関係式は数式に直すことができるが, 「～より小さくない」といった表現は学生には難しいことがわかる. 工学において, 適切に問題を数式に変換するためにはこのような力も必要であり, 計算技能が低下する中で, このような力をどうやって学生に身につけさせていくか, 数学に科せられた課題は非常に多いことがわかる.

7. まとめ

学生の基礎学力調査は, 本来であればそれほど大きな変化がないまま経過していくのが普通であるが, 指導要領の改訂という大きな外的要因により, 過年度の研究報告では非常に変化に富んだ結果を導くことができた. 現在, さまざまな批判によりその見直しが行われているようであるが, 以前報告した結果と比べて, この数年間でどのような変化がみられたかを, 1995年からの結果を振り返りながら報告した. 大まかな結論を言えば, 以前に報告した結果はそのまま継続しており, 本校の場合には, 倍率の低下という要因もあり, 基礎学力が一層低下しているという結論が導かれている. 高専の場合には, そのような中で工学で必要となる数学を使いこなせるところまで, 学生の力を引き上げていくことが要求され, カリキュラムや教材の一層の工夫が必要となっていることが結論づけられる.

このように長期にわたって基礎学力調査が続けられているのも数学科の協力があってこそであり, さらに, 倍率と基礎学力の連動が 1 年遅れて発生することの示唆は澤田准教授から, 文章を数式で表現する技能についての問題は篠原准教授からそれぞれいただいている. 都立産業技術高専品川キャンパスの数学科の先生方の多くの協力に感謝をいたします.

8. 参考文献

- [1] 久保田耕司, 都立高専入学生の数学学力調査について, 東京都立工業高等専門学校研究報告 第32号, pp.69-73, 平成9年3月
- [2] 久保田耕司, 都立高専入学生の数学学力調査についてⅡ, 東京都立工業高等専門学校研究報告, 第36号, pp.69-72, 平成13年3月
- [3] 久保田耕司, 都立高専入学生の数学学力調査についてⅢ, 東京都立工業高等専門学校研究報告, 第37号, pp.111-116, 平成14年3月
- [4] 久保田耕司, 都立高専入学生の数学学力調査についてⅣ, 東京都立工業高等専門学校研究報告, 第39号, pp.75-80, 平成16年3月
- [5] 久保田耕司, 新教育課程による入学生の学力調査結果について, 高専教育, 第28号, pp.233-236, 平成17年3月
- [6] 久保田耕司, 新教育指導要領で学習してきた入学生に対する数学学力調査結果, 東京都立工業高等専門学校研究報告, 第40号, pp.91-95, 平成17年3月
- [7] 久保田耕司, 都立高専入学生の数学学力調査についてⅤ, 東京都立産業技術高等専門学校研究報告, 第1号, pp.87-91, 平成19年3月
- [8] 中学校指導書, 数学編(昭和52年7月告示), 昭和61年9月, 文部省, 大阪書籍株式会社
- [9] 中学学習指導要領(平成10年12月), 数学編, 平成11年9月, 文部省, 大阪書籍株式会社
- [10] 中学校指導書, 数学編(平成元年3月告示), 平成9年4月, 文部省, 大阪書籍株式会社