

FDTD 法と多倍長精度計算法による完全導体円板の電流分布計算

柴崎年彦* 黒木啓之† 澤田清仁‡ 椋沢栄基§ 木下照弘¶

Numerical Calculations of Current Distribution on a Circular Disc of Perfect Conductor Using FDTD Method and Multiple Precision Arithmetic

Toshihiko Shibazaki* Takashi Kuroki† Kiyohito Sawada‡ Eiki Kabasawai§ Teruhiro Kinoshita¶

Abstract As for the scatter problem by a circular disc of perfect conductor, it is reported to obtain the result only up to wavelength from 2.5 to 3.0 in the accuracy of a general programming language in the numerical calculation according to an analytical method by Nomura and Katsura. In this research, the effectiveness of applying the FDTD method is verified by comparing the results of it to the ones of the analytical method by Nomura and Katsura.

keywords : scatter problem, circular disc of perfect conductor, current distribution, FDTD method, multiple precision arithmetic

1 はじめに

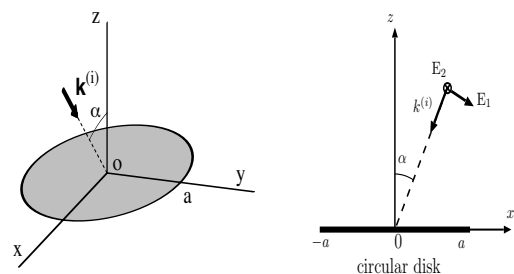
完全導体円板による電磁界の散乱問題は規範問題としてよく取り上げられるが、過去に野村・桂によって厳密な解析が行われている [1]。この解析手法に従った厳密計算を行う場合、一般的なプログラミング言語が持つ変数の精度では、2.5~3 波長程度までしか良好な計算結果を得られないことが報告されている [2][3]。また、GTD(Geometrical Theory of Diffraction:幾何光学的解析理論)等の光学的近似法では、散乱体の大きさが電磁波の波長より十分大きい場合に良好な解析結果が得られるとされている [3]。そこで、筆者らは、野村・桂の解析方法に従った厳密計算の計算可能な範囲を拡張する目的で、多倍長の数値計算が可能な数値計算ライブラリである GMP (GMP : GNU Multiple Precision Arithmetic Library) [4] を工夫して散乱問題の電流分布を計算する方法を検討している [5]-[7]。

これに対し、本報告では散乱界を数値計算する別の手段として、FDTD 法 (Finite Difference Time Domain Method:時間領域差分法)[8] を適用し、平面波が入射した際に誘導される導体円板上の電流分布を求め、両者の計算結果の比較を行っている。厳密解析法に比して、FDTD 法を使用する利点として、最終的な結果だけでなく、そこに至るまでの時間経過や、過渡状態か

ら定常状態へと推移してゆく様子を視覚的に観察することができるという点が挙げられる。そのため散乱界がどのように振舞うかを理解しやすい。

2 問題の設定

図 1 (a) のように、 $z = 0$ の $y = 0$ の $x - y$ 平面に原点を中心とした半径 a の厚みのない完全導体円板があり、遠方から平面波が入射した場合の散乱界を求めることを考える。



(a) 導体円板 (半径 a , 厚み 0) (b) 平面波の座標系
図 1. 導体円板と入射平面波の座標系

Fig.1 A Coordinate system of a conductive disc and an incident plate wave.

入射界は、図 1 (b) のように、 $x - z$ 平面内より z 軸から測って α 度方向から原点へ到来するものとし、平面波の伝搬方向を $k^{(i)} = k(-\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$ とする。

*都立産技高専品川キャンパス電子情報コース, 准教授

†都立産技高専品川キャンパス電子情報コース, 准教授

‡都立産技高専専攻科

§都立産技高専品川キャンパス電子情報コース, 助教

¶東京工芸大学工学部コンピュータ応用学科, 教授

平成 20 年 12 月 10 日受理

このとき、入射界の電氣的ヘルツベクトル $\Pi^{(i)}$ は、 x, y 成分のみで、

$$\Pi^{(i)} = (\Pi_x^{(i)}, \Pi_y^{(i)}, 0)e^{-jk^{(i)} \cdot r} \quad (1)$$

と表される。ここで、導体円板上の誘導電流は x および y 成分を持つが z 成分は持たないので、電磁界の時間変化を $e^{j\omega t}$ とし(以下省略)、波数 $k(= \omega\sqrt{\mu\epsilon})$ を用いて、誘導電流から生じる散乱界 $E^{(s)}, H^{(s)}$ は

$$E^{(s)} = \nabla(\nabla \cdot \Pi) + k^2 \Pi \quad (2)$$

$$H^{(s)} = j\omega\epsilon \nabla \times \Pi \quad (3)$$

と表すことができる。また

$$\Pi_x = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_n \{S_m^n(r, z) A_m^n \cos n\varphi + B_m^n \sin n\varphi\}, \quad (4)$$

$$\Pi_y = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_n \{S_m^n(r, z) C_m^n \cos n\varphi + D_m^n \sin n\varphi\}, \quad (5)$$

$$\Pi_z = 0, \quad (6)$$

と展開できる [1]。ただし、式中の ϵ_n は、

$$\epsilon_n = \begin{cases} 1 & (n=0), \\ 2 & (n \neq 0), \end{cases}$$

である。さらに $S_m^n(r, z)$ は文献 [1] で得られている波動方程式の固有関数であり、導体円板表面を除いて連続な性質を持っている。 $A_m^n, B_m^n, C_m^n, D_m^n$ は展開係数であり、境界条件などから決定される未知定数である。

展開係数を決定するには、電磁界を波動方程式の解により展開し、境界条件、端点条件、外向放射条件を満足する必要がある。解析としては、任意のスカラー関数を導入し、波動方程式を円筒座標系で表現することで、展開係数が決定できる。なお、解析結果については、文献 [5] で詳しく述べている。

3 展開係数の計算手順

次に、野村・桂の方法での展開係数の計算手順を示す。図 1 (a) の円板の半径 a と、波長 λ の比 a/λ を取り、 $\gamma = ka = 2\pi \times \frac{a}{\lambda}$ の値を決定し、展開係数 $n = 0, 1, 2, \dots$ について次の手順で計算する。

1. 次式 (7)–(9) より、マトリクス方程式の係数などを求める。

$$G_{\ell, m}^n = \frac{\Gamma(n + \ell + \frac{1}{2})\Gamma(\ell + \frac{1}{2})}{\Gamma(n + \ell + 1)\Gamma(\ell + 1)} \times \{g_1(n + m + \ell, |m - \ell|) - jg_2(m + n + \ell, |m - \ell|)\}, \quad (7)$$

$$g_1(p, q) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sum_{k=q}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \times \frac{\Gamma(p - k + \frac{1}{2})\Gamma(2k + 1) \left(\frac{\gamma}{2}\right)^{2k}}{\Gamma(\frac{1}{2} - k)\Gamma(p + k + \frac{3}{2})\Gamma(k + q + 1)\Gamma(k - q + 1)}, \quad (8)$$

$$g_2(p, q) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \times \frac{\Gamma(p + k + 1)\Gamma(2p + 2k + 2) \left(\frac{\gamma}{2}\right)^{2p + 2k + 1}}{\Gamma(2p + k + 2)\Gamma(p + k + q + \frac{3}{2})} \times \frac{1}{\Gamma(p + k - q + \frac{3}{2})\Gamma(p + k + \frac{3}{2})}. \quad (9)$$

2. 入射界 $E_{x, y, n}^{(e, o)}$ の条件を与え、式 (10)–(12) に適用し、円板上での 1 次ヘルツベクトルの展開係数を求める。

$$\Pi_x^{(e, o)} \ell^n = - \int_0^1 \frac{t^{n/2}}{\sqrt{1-t}} u_\ell^n(t) \Pi_x^{(i)} \ell^n dt, \quad (10)$$

$$\Pi_y^{(e, o)} \ell^n = - \int_0^1 \frac{t^{n/2}}{\sqrt{1-t}} u_\ell^n(t) \Pi_y^{(i)} \ell^n dt, \quad (11)$$

$$f_\ell^n = \int_0^1 \frac{t^{n/2}}{\sqrt{1-t}} u_\ell^n(t) J_n(\gamma\sqrt{t}) dt. \quad (12)$$

ただし、式 (4), (5) の固有関数は、

$$S_m^n(r, 0) = \int_0^\infty \frac{\sqrt{\xi} J_n(r\xi/a) J_{n+2m+\frac{1}{2}}(\xi)}{\sqrt{\xi^2 - (ka)^2}} d\xi, \quad (13)$$

であり [1]、簡単のために $ka = \gamma$, $(\frac{r}{a})^2 = t$, と表して、Jacobi の多項式に関連した

$$t^{n/2} u_m^n(t) = \int_0^\infty \frac{J_n(\xi\sqrt{t}) J_{n+2m+\frac{1}{2}}(\xi)}{\sqrt{\xi}} d\xi, \quad (14)$$

を用いて展開している。ここに、 $t = (r/a)^2$ である。この $u_m^n(t)$ は $0 < t < 1$ において直交完備な関数列である。

3. 無限連立 1 次方程式を有限項で打ち切って近似して解くことにより、係数 (15)–(19) を求める。

$$\begin{bmatrix} \widetilde{A}_m^n \\ \widetilde{B}_m^n \\ \widetilde{C}_m^n \\ \widetilde{D}_m^n \\ \widetilde{f}_m^n \end{bmatrix} = [G_{\ell, m}^n]^{-1} \begin{bmatrix} \Pi_x^{(e)} \ell^n \\ \Pi_x^{(o)} \ell^n \\ \Pi_y^{(e)} \ell^n \\ \Pi_y^{(o)} \ell^n \\ f_\ell^n \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{A}_m^n \\ \widetilde{B}_m^n \\ \widetilde{C}_m^n \\ \widetilde{D}_m^n \\ \widetilde{f}_m^n \end{bmatrix} = [G_{\ell, m}^n]^{-1} \begin{bmatrix} \Pi_x^{(e)} \ell^n \\ \Pi_x^{(o)} \ell^n \\ \Pi_y^{(e)} \ell^n \\ \Pi_y^{(o)} \ell^n \\ f_\ell^n \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{A}_m^n \\ \widetilde{B}_m^n \\ \widetilde{C}_m^n \\ \widetilde{D}_m^n \\ \widetilde{f}_m^n \end{bmatrix} = [G_{\ell, m}^n]^{-1} \begin{bmatrix} \Pi_x^{(e)} \ell^n \\ \Pi_x^{(o)} \ell^n \\ \Pi_y^{(e)} \ell^n \\ \Pi_y^{(o)} \ell^n \\ f_\ell^n \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{A}_m^n \\ \widetilde{B}_m^n \\ \widetilde{C}_m^n \\ \widetilde{D}_m^n \\ \widetilde{f}_m^n \end{bmatrix} = [G_{\ell, m}^n]^{-1} \begin{bmatrix} \Pi_x^{(e)} \ell^n \\ \Pi_x^{(o)} \ell^n \\ \Pi_y^{(e)} \ell^n \\ \Pi_y^{(o)} \ell^n \\ f_\ell^n \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \widetilde{A}_m^n \\ \widetilde{B}_m^n \\ \widetilde{C}_m^n \\ \widetilde{D}_m^n \\ \widetilde{f}_m^n \end{bmatrix} = [G_{\ell, m}^n]^{-1} [f_\ell^n]. \quad (19)$$

4. 係数が端点条件を満足するよう、式 (20)–(22) より補正係数を求める。

$$kU_0^{(e)} = \frac{\sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m (\widetilde{A}_m^n + \widetilde{D}_m^n)}{\sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \widetilde{f}_m^n}, \quad (20)$$

$$kU_n^{(e)} = \frac{\sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m [\widetilde{A}_m^{n-1} + \widetilde{A}_m^{n+1} - \widetilde{D}_m^{n-1} + \widetilde{D}_m^{n+1}]}{\sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m [\widetilde{f}_m^{n-1} - \widetilde{f}_m^{n+1}]} \quad (n \geq 1), \quad (21)$$

$$kU_n^{(o)} = \frac{\sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \left[\widetilde{B}_m^{n-1} + \widetilde{B}_m^{n+1} + \widetilde{C}_m^{n-1} - \widetilde{C}_m^{n+1} \right]}{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^m \left[\widetilde{f}_m^{n-1} - \widetilde{f}_m^{n+1} \right]} \quad (n \geq 1). \quad (22)$$

ただし, $\widetilde{B}_m^0 = \widetilde{D}_m^0 = 0$.

5. 式 (23)–(26) より散乱界 (2 次界) のヘルツベクトルの展開係数が得られる。

$$[A_m^n] = \left[\widetilde{A}_m^n \right] + \frac{k}{2} (U_{n+1}^{(e)} - U_{n-1}^{(e)}) \left[\widetilde{f}_m^n \right], \quad (23)$$

$$[B_m^n] = \left[\widetilde{B}_m^n \right] + \frac{k}{2} (U_{n+1}^{(o)} - U_{n-1}^{(o)}) \left[\widetilde{f}_m^n \right], \quad (24)$$

$$[C_m^n] = \left[\widetilde{C}_m^n \right] + \frac{k}{2} (U_{n+1}^{(o)} + U_{n-1}^{(o)}) \left[\widetilde{f}_m^n \right], \quad (25)$$

$$[D_m^n] = \left[\widetilde{D}_m^n \right] - \frac{k}{2} (U_{n+1}^{(e)} + U_{n-1}^{(e)}) \left[\widetilde{f}_m^n \right]. \quad (26)$$

以上、未定の展開係数を決定する手順を示した。展開係数が決定できれば、式 (4) ~ (6) のヘルツベクトルが決定でき、式 (3) より入射界から誘導される電流分布が得られる。

4 倍精度での電流分布の計算例

さて、3 の計算手順に従って厳密計算をした場合、入射した平面波の波長 λ と導体円板の半径 a の比 a/λ の値によって計算結果に大きく違いが出る。この様子を具体的に図 2 に示す。

図 2 は倍精度での計算例である。図は y 方向成分のみの電界 E_y を垂直入射 ($\alpha = 0$) した場合に、導体円板に誘導される面電流の分布 (導体円板表面上の電流分布) を示している。図において、縦軸は入射磁界 $H^{(i)}$ で規格化された電流値であり、横軸は円板の中心からの距離 a/λ である。また、図 2(a) は導体円板の半径が $a = 2.5\lambda$ の場合であり、図 2(b) は $a = 3.5\lambda$ の場合で、図中の φ は、 x 軸から y 軸方向に反時計回りに測った観測角である。

図 2(a) において $\varphi = 0$ は x 軸上の、 $\varphi = 90$ は y 軸上の相対電流値を表している。いま、入射電界は E_y であり、入射磁界は H_x 成分のみとなるので、導体表面に誘導される電流成分は I_y となる。このため、 $\varphi = 90$ の y 軸上では、横軸 0 の円板中心で電流が最大になり、 $\frac{a}{\lambda} \approx 0.5, 1.5$ で小、 $\frac{a}{\lambda} \approx 1, 2$ で大、と波長比の数 ($\frac{a}{\lambda} = 2.5$) に従って電流の大小が現れる様子がわかる。このとき、円板の端部 (エッジ) は H_x と垂直になるため、誘導される電流 I_y が 0 に近づくが、計算結果においても横軸 2.5 付近に着目すると電流値が 0 に漸近する様子がわかる。一方、 $\varphi = 0$ の x 軸上では、端部で H_x と平行になるため、物理的には I_y が ∞ に漸近・

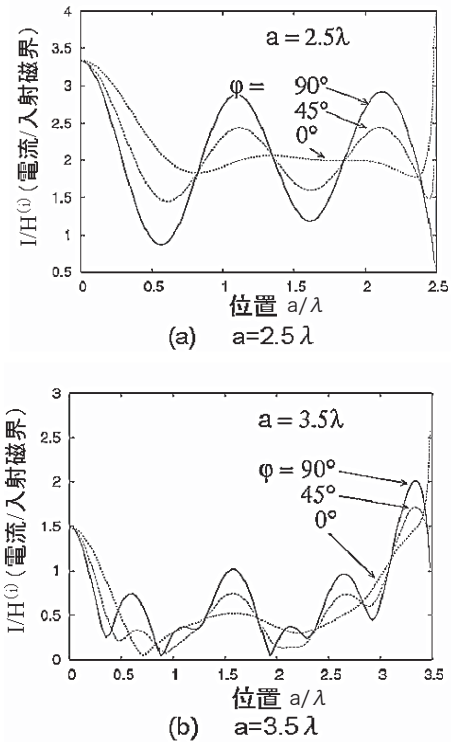


図 2. 野村・桂の方法による電流分布の計算値

Fig.2 Calculation values of electromagnetic current distribution by method of Nomura and Katsura.

発散するはずである。図のように計算結果も横軸 2.5 付近で電流値が急峻に増大する様子がわかる。また、 $\varphi = 45$ の場合は、その中間の特性が得られている。

以上のように $a = 2.5\lambda$ では、理論の一致が見られるのに対し、図 2(b) の $a = 3.5\lambda$ の場合は φ のいずれの値の場合も波形が大きく崩れている。このように円板の半径と波長の比が変わることで大きく計算結果に違いが出る。これは、文献 [5][6] で述べているように、計算精度に問題があり、桁落ち等の要因で、一般的なプログラム言語の変数では正しい電流分布の計算結果が得られないと考えられる。

5 多倍長精度計算インターフェイス

多倍長精度計算のために作成した GMP インターフェイスのフローを図 3 に示す。

図 3 のように、gmp クラス形式で変数を関数に受け渡し、関数内部でまず gmp クラスから mpfr 形式の変数 (MPFR (Multiple Precision Floating-Point Reliable Library) : 任意精度浮動小数点演算を行うためのライブラリ) [9]) に変換し、次に mpfr 形式の変数で当該関数を計算する。次に mpfr 形式の変数から gmp

クラスに変換をするが、この操作は直接できない。そこでまず mpfr 形式の変数から gmp 形式の変数に変換し、さらに gmp 形式の変数から gmp クラスに変換を行っている。その gmp クラスを戻り値として返している。

以上のようなプロセスで多倍長形式の変数間のやりとりがされ、その際変数は同じ精度でやりとりされる。従って、いつも精度が保証された計算が実行される。

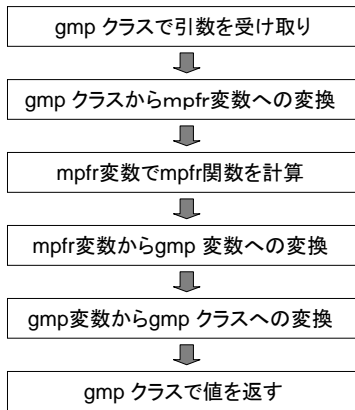


図3 . gmp クラスから mpfr 関数の利用方法
Fig.3 Utilizing a mpfr library by a gmp class.

6 FDTD 法での電流分布の計算法

次に FDTD 法での計算モデルを設定し、FDTD 法での導体円板表面の電流分布の計算法を説明する。

6.1 計算モデルの設定

図1で設定した問題に合うようにモデルを作成する。今回は、図2の計算例に従って、一番簡単な真上から入力波(平面波)が到来した場合について考える(図1, $\alpha = 0$)。入力波の周波数を 30[GHz]($\lambda \approx 10[mm]$)にし、解析領域を 100[mm] × 100[mm] × 100[mm] に設定し、材質を真空とする。外壁は真上 (z_{max}) を波源 (E_y で励振) に設定し、その他の外壁を Mur の一次吸収境界条件に設定する。空間の中心に導体円板を置く。半径 a は、図 2(a) より $a = 2.5\lambda = 25[mm]$ 、図 2(b) より $a = 3.5\lambda = 35[mm]$ とした。図 4 に作成したモデル(半径 35[mm])を示す。

6.2 電流分布の計算法

数値解析して得た結果から導体円板の面電流の分布を求める。まず電流密度 \mathbf{J} を求めるため、FDTD 法で

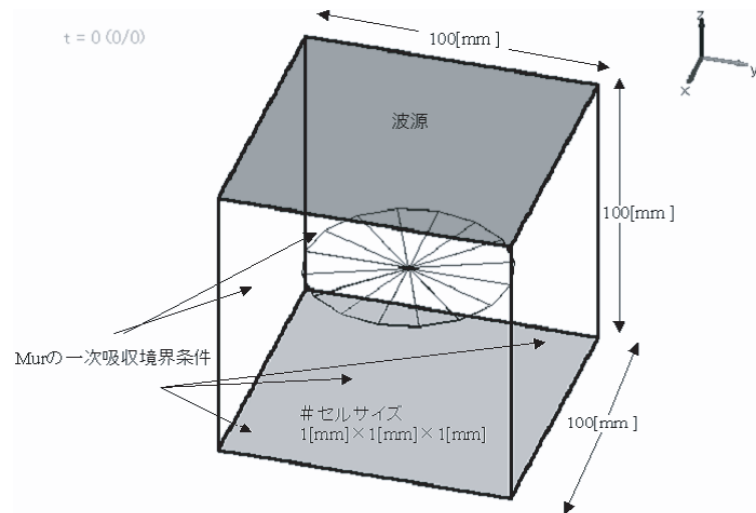


図4 . FDTD 法の導体円板モデル

Fig.4 Conductive circular disc model of FDTD method.

得られる磁界分布に対し、次式のアンペールの法則を適用する。

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} - j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (27)$$

すなわち、上式を導体円板表面について適用した場合について考える。今回、導体円板はセル上の電界と同じ座標に配置されている。このため完全導体の性質により、

$$\mathbf{E} = 0 \quad (28)$$

となり、電界を使って計算できない。よって、導体円板近傍の磁界を用いて計算することにする。このとき波源は E_y 成分のみを励起させている平面波なので Maxwell の方程式から、 H_x 成分が支配的になっている。そのため、

$$\mathbf{H} \approx H_x \mathbf{i} \quad (29)$$

となり、また平面波で z 方向のみに伝播するので、

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0 \quad (30)$$

となる。よって式(27)は、

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} = -j \frac{\partial H_x}{\partial z} \quad (31)$$

と表すことができる。この式(31)の微分を差分を使って表すと、

$$-\frac{\partial H_x}{\partial z} = \frac{H_x^n(k + \frac{1}{2}) - H_x^n(k - \frac{1}{2})}{\Delta z} \quad (32)$$

となる。ただし、 k の位置に導体円板が置いてあるものとしている。

電流密度 \mathbf{J} から導体円板の面電流を求めると、完全導体の特性により流れる電流はすべて表面に集中する。したがって、求めたい表面電流 \mathbf{I} は、

$$\mathbf{I} = \int_{-\frac{1}{2}\Delta z}^{\frac{1}{2}\Delta z} \mathbf{J} \cdot dz \quad (33)$$

となる．式 (32) に式 (33) を代入すると

$$I_y = H_x^n(k + \frac{1}{2}) - H_x^n(k - \frac{1}{2}) \quad (34)$$

となり， y 方向電流 I_y が得られる．この式 (34) の計算を導体円板がある領域で行うことで，導体円板表面の電流分布が得られる．

7 数値計算

はじめに，FDTD 法による回折波などの計算結果を示し，後に多倍長精度計算の電流分布と比較する．

7.1 FDTD 法による計算結果

図 5 に導体円板の半径 $a=35[\text{mm}]$ のときの計算結果を示す．図は，計算モデルの設定で述べたように，垂直方向 (真上) より E_y で励振した平面波が入射した場合を示している．表示している変数は x 方向の磁界 H_x

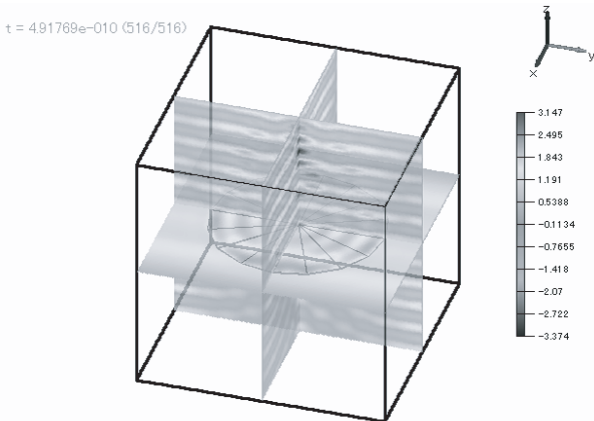


図 5 . FDTD 法の計算結果 (H_x , $a = 35[\text{mm}]$)
Fig.5 Calculation results of FDTD method
(H_x , $a = 35[\text{mm}]$).

である．時間ステップ数は 512 を目安としている．図において右の目盛りは，図示している変数 (磁界の x 成分単位は $[\text{A}/\text{m}]$) の強度を表している．なお図示しているのは， x, y, z それぞれの中心を通る面のセルに配置されている数値である．図 5 では上面の外壁 (z_{max}) が波源 E_y であり，真上から到来した H_x 成分により導体円板と波源との間で定在波が生じている様子がわかる．その際，中心が一番強度が強くなっている．

次に時間応答波形を図 6, 7 に示す．図において縦軸は $H_x[\text{A}/\text{m}]$ ，横軸は時間 $t[\text{s}]$ である．図 6 は入射波の

値を示しており，図 7 は導体円板中心での値を示している．図 7 において，時間ステップの短い振幅が約 2 のところは，入射波と反射波の重ね合わせた値となっている．一方，時間ステップの長い (3.5 波長以上)，振幅が 3.5 のところは，円板の縁からの反射成分が重なって値が大きくなったもので， $t = 3 \times 10^{-10}$ 程度で値が安定していることがわかる．

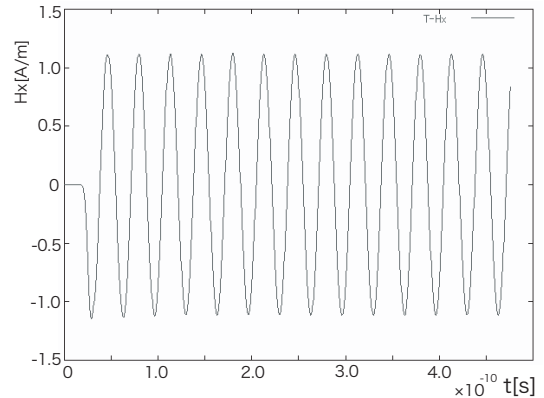


図 6 . 入射波の時間応答波形 (H_x)

Fig.6 Time response wave of incident wave (H_x).

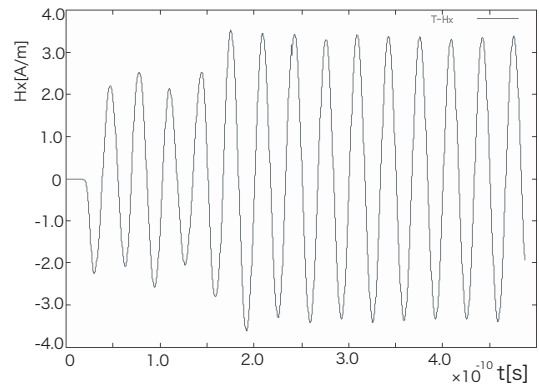


図 7 . 導体円板中心の時間応答波形 (H_x)

Fig.7 Time response wave on center of conductive disc (H_x).

次に，原点を通る $x - z$ 平面の様子を図 8,9 に示す．この図から入力した波が円板の縁で回折している様子がわかる．また，図の明暗により，円板が小さい方が回り込む波の強度の強いことがわかる．

次に，原点を通る $y - z$ 平面の様子を図 10,11 に示す． $x - z$ 平面と比べて，回り込む波の強さが強いことがわかる．

次に導体円板表面の電流分布を求めるために，表面の磁界の分布を図 12,13 に示す．図の明暗より，導体円板表面の磁界の強度に強弱の様子ができていることがわかる．図 13 のように円板が大きくなるにつれて

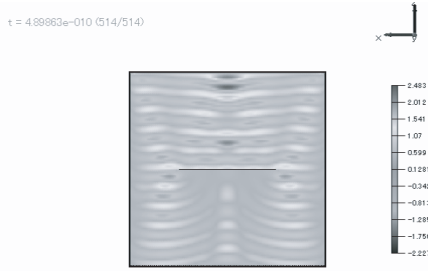


図 8 . 半径 25[mm] $x - z$ 平面回折波

Fig.8 Diffraction plane wave in x-z plane at radius of 25[mm].

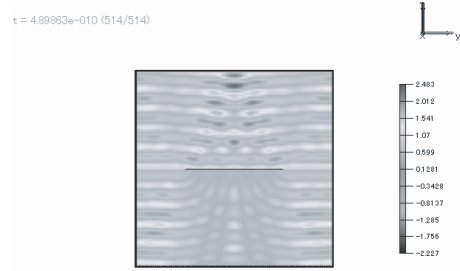


図 10 . 半径 25[mm] $y - z$ 平面回折波

Fig.10 Diffraction plane wave in y-z plane at radius of 25[mm].

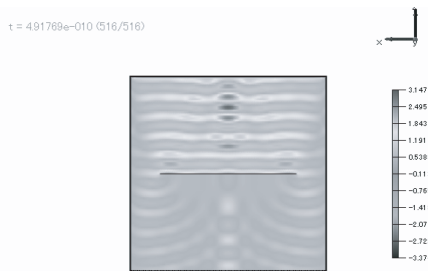


図 9 . 半径 35[mm] $x - z$ 平面回折波

Fig.9 Diffraction plane wave in x-z plane at radius of 35[mm].

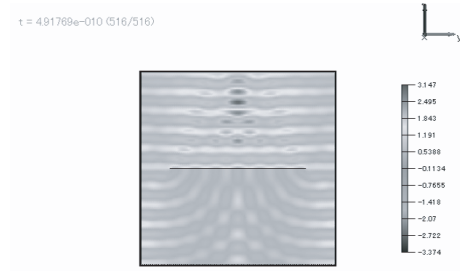


図 11 . 半径 35[mm] $y - z$ 平面回折波

Fig.11 Diffraction plane wave in y-z plane at radius of 35[mm].

強弱の数が増えており、この強弱は入力した信号の波長に依存していると考えられる。これは、図 2(a) に示したように、波長比と電流値の大小の関係を示していると予想される。これらの結果から導体円板表面の電流分布を求める。

7.2 電流分布

式 (34) を用いて電流分布を計算したものを図 14,15 に示す。これらの図は原点を中心に、横軸が x 、縦軸が y 、図右の凡例数値は電流の強度を表している。

両図のうち、円板の半径が小さい方が電流の流れが集中しやすいためか、電流のピーク値が大きいことが伺えるが、判断がしづらいので、これを中心から縦方向と横方向、すなわち y 方向と x 方向に切り出し、厳密解による計算値との比較を行う。

7.3 多倍長精度計算との比較

図 16, 図 17 に、野村・桂の方法に多倍長精度計算法を当てはめた計算結果を示す。縦軸、横軸等の設定は図 2 と同じであるが、観測角の表現は $\phi[rad]$ で表されている。なお、図 17 では、先の図 2(b) と異なり、 y

軸上 ($\phi = \pi/2[rad]$) で波長比 3.5 に従った電流値の大小が現われ、多倍長精度計算法の適用によって、物理的に妥当な結果が得られている。

次に FDTD による計算結果を図 18, 19 示す。両図は、図 14, 15 の導体円板中心から、 x 方向 y 方向それぞれの円板端部まで電流値をグラフ化したものである。図において、縦軸は電流分布 (面電流) $[A/m]$ であるが、FDTD 法によって得られるのは瞬時値であり、図 2 のような正規化は行わなかった。このため図では電流値の絶対値等に違いがあるが、傾向を比較することはできる。

図 16 と図 18 ($\frac{a}{\lambda} = 2.5$) を比較すると、厳密計算と FDTD 法による計算は共に、 y 方向の電流分布で横軸 0[mm]、約 10[mm]、約 20[mm] と波長比に従った電流値の最大点を得られ、図 16 と一致した傾向を示している。一方 x 軸上も同様の傾向を示しているが、横軸 25[mm] の円板端部では、発散傾向が得られていない。

図 17 と図 19 ($\frac{a}{\lambda} = 3.5$) を比較すると、 y 方向は同じ波形が得られているが、FDTD 法の x 方向の波形は、図 17 と比べてうねりが大きくなっている。これは、円板が大きいと円板の縁が外壁に近くなり、外壁の吸収条件で正確に波が吸収されていない成分の反射の影響が大きくなったためと考えられる。これは、解析領域



図 12 . 半径 25[mm] 導体表面の磁界 (H_x)

Fig.12 Magnetic field on the surface of conductive disc in x-y plane at radius of 25[mm](H_x).

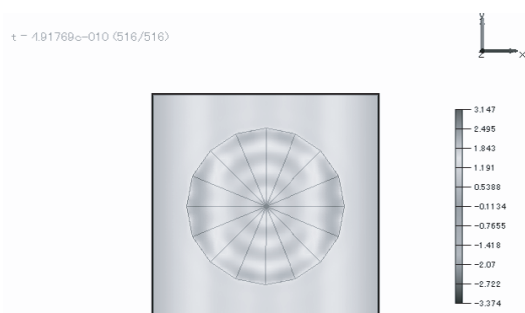


図 13 . 半径 35[mm] 導体表面の磁界 (H_x)

Fig.13 Magnetic field on the surface of conductive disc in x-y plane at radius of 35[mm](H_x).

全体を大きくすることで回避できると考えられる。また、図 19 の x 方向の円板端部 (35[mm]) では、図 18 と同様、発散傾向が得られておらず、FDTD 法では、円板の外の領域と同じぐらいの値に収束してしまっている。これは、厳密計算において電流が発散する範囲が非常に狭く、今回使用したセルの大きさによる近似ではうまく表示できないと考えられ、セルの配置、分割等の一層の工夫が必要と思われる。

8 まとめ

完全導体円板による電磁界の散乱問題のうち、厳密解や光学的近似等の計算法では良好な結果が得にくい領域を FDTD 法と多倍長精度計算法を適用して数値計算した。

はじめに、問題設定として平面波が導体円板に入射した場合を取り上げ、具体的な課題として、円板の真上から E_y 成分のみが入射した例で厳密計算では良好な電流分布が得られない様子を示した。

FDTD 法による数値解析の結果としては、まず入射波 E_y の磁界成分 H_x を視覚化し、導体円板と波源と

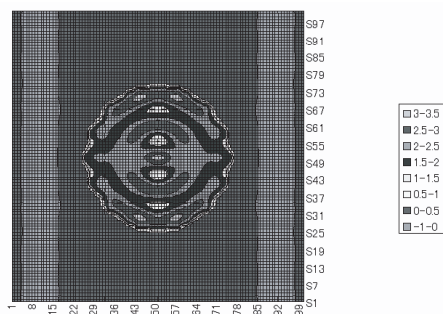


図 14 . 半径 25[mm] 電流分布

Fig.14 Current distribution at radius of 25[mm].

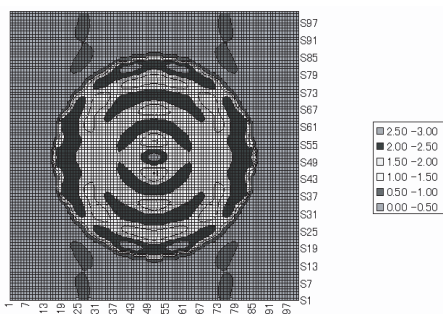


図 15 . 半径 35[mm] 電流分布

Fig.15 Current distribution at radius of 35[mm].

の間で、定在波が生じている様子を示した。また、時間応答波形を示し、平面波が導体円板によって回折される様子を視覚化した。その後、導体表面の H_x 成分を示し、導体円板表面に誘導される面電流 I_y を求めた。そして得られた電流分布を多倍長精度計算法を用いた厳密計算と比較した。厳密計算との比較の結果、FDTD 法では H_x に対し平行な x 方向の円板端部の発散傾向が得られなかったが、電流 I_y が支配的な y 方向の強弱傾向はよく一致しており、FDTD 法でも導体表面の電流分布が計算できることが確認できた。

参考文献

- [1] Yukichi Nomura, Shigetoshi Katsura :“ Diffraction of Electromagnetic Waves by Circular Plate and Circular Hole, ” J. Physical Society of Japan, Vol. 10, No. 4, pp.285-304, Apr. 1955.
- [2] M. Ando, T. Murasaki, T. Kinoshita :“ Elimination of false singularities in GTD equivalent edge currents, ” Proc. IEEE, H-138, 4, pp.289-296, Aug. 1991.

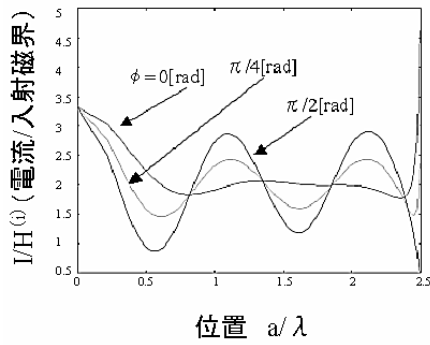


図 16 . 多倍長精度計算による電流分布 ($\frac{a}{\lambda} = 2.5$)

Fig.16 Calculation values of electromagnetic current using multiple precision arithmetic($\frac{a}{\lambda} = 2.5$).

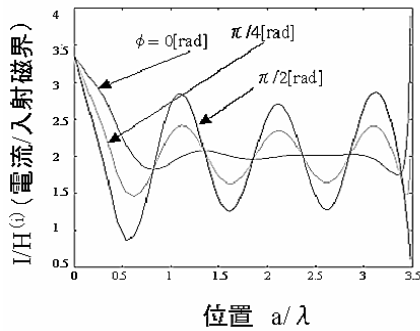


図 17 . 多倍長精度計算による電流分布 ($\frac{a}{\lambda} = 3.5$)

Fig.17 Calculation values of electromagnetic current using multiple precision arithmetic($\frac{a}{\lambda} = 3.5$).

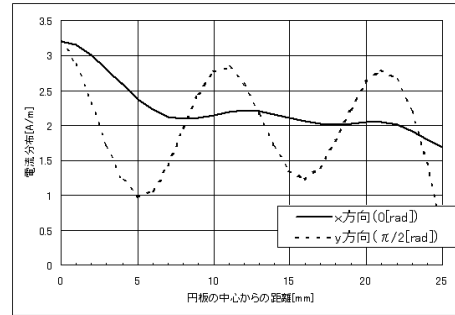


図 18 . FDTD 法による電流分布 ($\frac{a}{\lambda} = 2.5$)

Fig.18 Calculation values of electromagnetic current using the FDTD method ($\frac{a}{\lambda} = 2.5$).

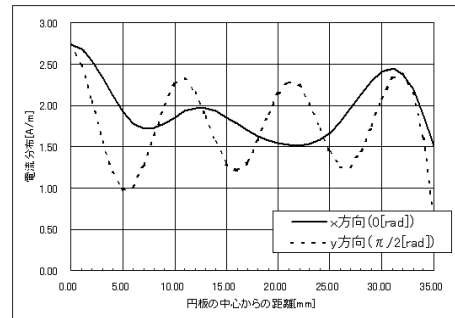


図 19 . FDTD 法による電流分布 ($\frac{a}{\lambda} = 3.5$)

Fig.19 Calculation values of electromagnetic current using the FDTD method ($\frac{a}{\lambda} = 3.5$).

[3] 山下栄吉監修, 安藤真: “電磁波問題の基礎解析法 第7章”, コロナ社, p.198-199,1995-7.

[4] “GNU MP-The GNU Multiple Precision Arithmetic Library,” Edition 4.2.1,May,2006.

[5] 黒木啓之, 木下照弘, 柴崎年彦, 松田勲: “計算精度を考慮した完全導体円板による散乱電磁波の数値解析”, 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-07-95, pp.85-90, 2007-10.

[6] 黒木啓之, 柴崎年彦, 木下照弘: “完全導体円板による散乱電磁波の多倍長計算”, 東京都立産業技術高等専門学校研究紀要, 第2号, p.31-36,2008-3.

[7] Takashi, K, Toshihiko, S. and Kinoshita, T., “Calculation Technic of Diffracted Electromagnetic Waves by a Circular Disk of Perfect Conductor Using Multiple Precision Arithmetic,” Progress In Electromagnetics Research Sympo-

sium (PIERS 2008), p.603-609, July 2-6, 2008, Cambridge, MA, USA .

[8] 宇野亨: “FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析”, コロナ社,1998.

[9] “MPFR-The Multiple Precision Floating-Point Reliable Library,” Edition 4.2.1,May,2006.