

# 適応制御のメカトロニクス制御への応用

## — ハイゲインフィードバック適応制御の提案 —

### The application of the adaptive control to the mechatronic control — The proposal of the high-gain feedback adaptive control —

青 木 立

Tatsu Aoki

Abstract: It is necessary that the mechatronic control system achieves good performance toward the large mechanical characteristic change or the mechanical impact on the controlled system. However, the conventional controller with fixed feedback gain cannot follow the reference command, when the mechanical characteristic change is large. In such case, we usually consider introducing the adaptive control methodology. Though the adaptive control system can adapt to the large mechanical characteristic change, the adaptation speed is very slow. Therefore, the conventional adaptive control methodology cannot compensate the rapid mechanical characteristic change or the mechanical impact. In this paper, for making the adaptive control useful in the mechatronic control, the robust adaptive controller is proposed. The adaptive control compensates the large but gradual mechanical characteristic change, and the high-gain feedback control compensates the mechanical impact. As an illustration, the first-order model reference adaptive control system (MRACS) is considered. In the case of the first-order system, there are three ways on the adaptive control gain assignment. Thus, the optimal gain assignment was determined so that the control system became the most robust. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: Adaptive control, Mechatronics, Digital control, Robust control

#### 1. はじめに

メカトロニクス制御では、制御対象の機械的特性が変化した場合や外部からの衝撃が加えられた場合でも目標とする動作を実現することが要求される。機械的特性の変化が大きい場合、従来の固定ゲインで構成されたコントローラでは目標に追従することが困難である。一方、適応制御手法は機械的特性の大きな変化に適応することができるが、その適応速度は非常に遅い。機械的特性の経年変化速度は遅いため、適応制御手法をメカトロニクス制御に適用することを考える。メカトロニクス機器にはしばしば機械的な衝撃が加わる。このインパルス状の外乱の影響を低減するため、適応速度を速くしようとすると制御系の過渡特性が悪化し、制御系が不安定になる。適応制御系は非線形制御系になるため、過渡特性の調整手法や制御系の安定条件を一般的に求めることは困難である。このように、従来の適応制御手法をメカトロニクス制御へ単に適用しただけではシステム全体の制御性能は向上しない。

そこで、本研究では、メカトロニクス制御において適応制御手法が有効になるような新たな制御手法を提案することを目的とする。提案手法では、機械的特性の経年変化

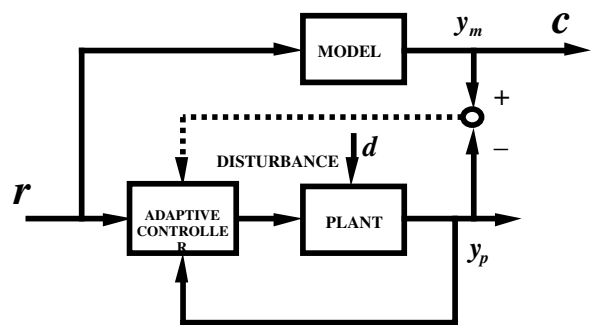


Fig. 1 MRACS

については適応制御により対処し、機械的な衝撃についてはハイゲインフィードバック制御により対処する。本研究では、図1に示す最も簡単な適応制御系であるモデル規範型適応制御系(Model Reference Adaptive Control System, MRACS)について考察する。なお、MRACSをマイクロプロセッサに実装する場合、サンプリング周期は短く設定する必要があり<sup>1)</sup>、制御アルゴリズムが数値的に不安定になるという問題が発生する。この実装上の問題に関して、デルタオペレータ $\delta$ を用いた手法が有効であり<sup>2)-9)</sup>、語長が短い固定小数点マイクロプロセッサにおいてもデルタオペレーションが有効になる手法が提案されている<sup>10)-20)</sup>。

## 2. MRACSに基づいた制御アルゴリズムの導出

図2に最も簡単な1次系のMRACSを示す。MRACSではモデルの出力 $C_m$ と実際のプラントの出力 $C_p$ の偏差が小さくなるようにゲイン $\hat{k}_y$ 及び $\hat{k}_r$ が自動的に調節される。すなわち、閉ループ系の極はゲイン $\hat{k}_y$ によりモデルの極 $-a_m$ に一致するように、閉ループ系のDCゲインはゲイン $\hat{k}_r$ によりモデルのDCゲイン $b_m/a_m$ に一致するように調節される。なお、後述するように適応ゲイン $\hat{k}_y$ 及び $\hat{k}_r$ の配置形式には3通りあり、図2に示すゲイン配置をI形式と呼ぶことにする。

### • モデル

$$H_m(s) = \frac{b_m}{s + a_m} \quad (1)$$

### • プラント

$$H_p(s) = \frac{b_p}{s + a_p} \quad (2)$$

図2より、

$$u = \hat{k}_r r - \hat{k}_y y_p \quad (3)$$

の関係が得られ、

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m r \quad (4)$$

$$\dot{y}_p = -\left(a_p + b_p \hat{k}_y\right) y_p + b_p \hat{k}_r r \quad (5)$$

が求まる。モデルと閉ループ系の伝達関数が一致するときのゲイン $k_y^*$ 、 $k_r^*$ は、式(4)及び式(5)より、

$$k_y^* = \frac{a_m - a_p}{b_p} \quad (6)$$

$$k_r^* = \frac{b_m}{b_p} \quad (7)$$

となる。また、モデルと閉ループ系の伝達関数が一致するまでのゲイン誤差 $\tilde{k}_y$ 、 $\tilde{k}_r$ を

$$\tilde{k}_y = \hat{k}_y - k_y^* \quad (8)$$

$$\tilde{k}_r = \hat{k}_r - k_r^* \quad (9)$$

とすると、式(4)から式(9)より偏差 $e$ の時間微分が求まる。

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{y}_p - \dot{y}_m \\ &= -a_p y_p - b_p \hat{k}_y y_p + b_p \hat{k}_r r \\ &\quad + a_m y_m - b_m r \\ &= -a_p y_p + a_m y_p - b_p \hat{k}_y y_p \\ &\quad + b_p \hat{k}_r r + a_m y_m - a_m y_p - b_m r \\ &= -\left(b_p \hat{k}_y - (a_m - a_p)\right) y_p \\ &\quad + \left(b_p \hat{k}_r - b_m\right) r - a_m (y_p - y_m) \\ &= -b_p \left(\hat{k}_y - \frac{a_m - a_p}{b_p}\right) y_p \\ &\quad + b_p \left(\hat{k}_r - \frac{b_m}{b_p}\right) r - a_m (y_p - y_m) \\ &= -b_p \tilde{k}_y y_p + b_p \tilde{k}_r r - a_m e \end{aligned} \quad (10)$$

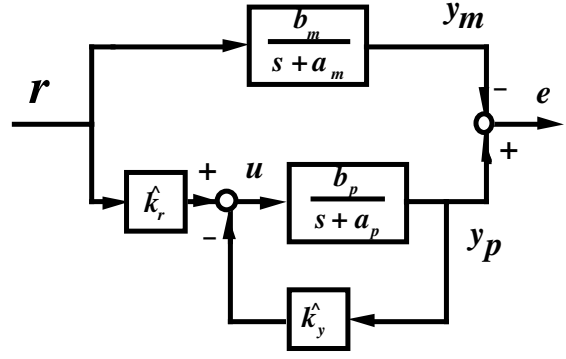


Fig. 2 MRACS (Form I)

適応制御則は、偏差 $e$ とゲイン誤差 $\tilde{k}_y$ 及び $\tilde{k}_r$ を用いた以下のリアプノフ関数 $V(t)$ が $\dot{V}(t) < 0$ になる条件から求まる<sup>1)</sup>。

$$V(t) = \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{g} (\tilde{k}_y^2 + \tilde{k}_r^2) \quad (11)$$

式(10)及び式(11)の時間微分から次式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e \dot{e} + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) \\ &= e \dot{e} + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) \\ &= e (-b_p \tilde{k}_y y_p + b_p \tilde{k}_r r - a_m e) \\ &\quad + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) \\ &= -a_m e^2 - e b_p \tilde{k}_y y_p + e b_p \tilde{k}_r r \\ &\quad + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) \end{aligned} \quad (12)$$

$\dot{V}(t) < 0$ の条件は式(12)より

$$-e b_p \tilde{k}_y y_p + e b_p \tilde{k}_r r + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) = 0 \quad (13)$$

となる。以下の式(14)及び式(15)が同時に成立すると式(13)の条件が満たされる。

$$-e b_p \tilde{k}_y y_p + \frac{1}{g} \tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y = 0 \quad (14)$$

$$e b_p \tilde{k}_r r + \frac{1}{g} \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r = 0 \quad (15)$$

これらを整理すると

$$\tilde{k}_y (-e b_p y_p + \frac{1}{g} \dot{\tilde{k}}_y) = 0 \quad (16)$$

$$\tilde{k}_r (e b_p r + \frac{1}{g} \dot{\tilde{k}}_r) = 0 \quad (17)$$

となり、 $\tilde{k}_y \neq 0$ 、 $\tilde{k}_r \neq 0$ から

$$-e b_p y_p + \frac{1}{g} \dot{\tilde{k}}_y = 0 \quad (18)$$

$$e b_p r + \frac{1}{g} \dot{\tilde{k}}_r = 0 \quad (19)$$

が成立する。式(18)及び式(19)より適応制御則が求まる。

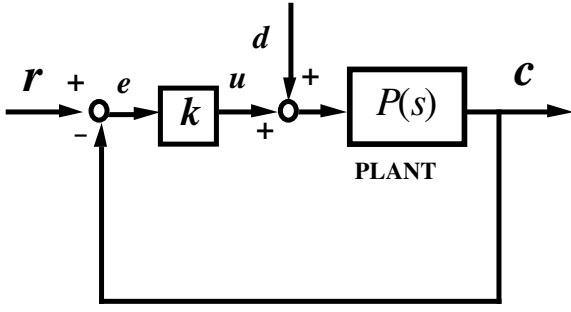


Fig. 3 Feedback control systems

$$\dot{\hat{k}}_y = g_y b_p e y_p = g'_y e y_p \quad (20)$$

$$\dot{\hat{k}}_r = -g_r b_p e r = -g'_r e r \quad (21)$$

なお,  $g_y, g_r, g'_y, g'_r$  は任意の正の定数とする. 実際の制御系では以下の積分形式でゲインを調整する.

$$\hat{k}_y = g'_y \int e y_p dt \quad (22)$$

$$\hat{k}_r = -g'_r \int e r dt \quad (23)$$

サンプリング周期を  $T$  とすると, 離散時間系では

$$H(z^{-1}) = T \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (24)$$

により積分演算を実行する.

### 3. ハイゲインフィードバックによるロバスト制御

図3に示すフィードバック制御系について考える. 入力と出力に関する伝達関数は

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{kP(s)}{1 + kP(s)} \quad (25)$$

となり, 外乱を入力としたときの伝達関数は

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{P(s)}{1 + kP(s)} \quad (26)$$

となる. 式(25)及び式(26)をまとめると次式になる.

$$C(s) = \frac{kP(s)}{1 + kP(s)} \left( R(s) + \frac{D(s)}{k} \right) \quad (27)$$

制御工学の初等的なテキストにも記述されているように, 式(27)から外乱  $d$  の出力  $c$  への影響を小さくするためには, フィードバックゲイン  $k$  をできる限り大きく設定すればよい. すなわち, ロバストな制御系を実現するためには, 制御系の安定性を考慮しながら可能な限りゲイン  $k$  の値を大きく設定すればよい. そこで, 本研究では, このハイゲインフィードバックをMRACSに導入することにより, そのロバスト性を高めることを考える. 図4及び図5に示すように1次系のMRACSにおける適応ゲイン  $\hat{k}_y$  及び  $\hat{k}_r$  の配置形式はI形式に加え, さらに2通りある. これらの配置形式をそれぞれ, II形式, III形式と呼ぶことにする.

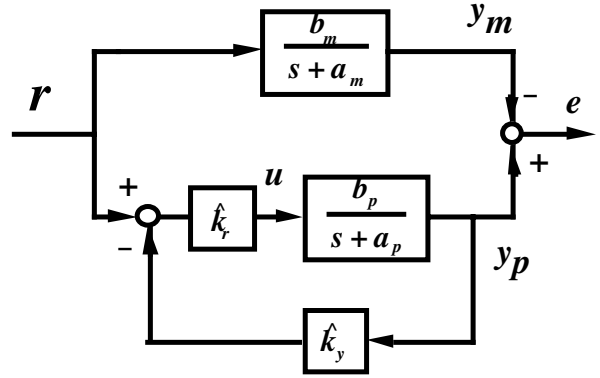


Fig. 4 MRACS(Form II)

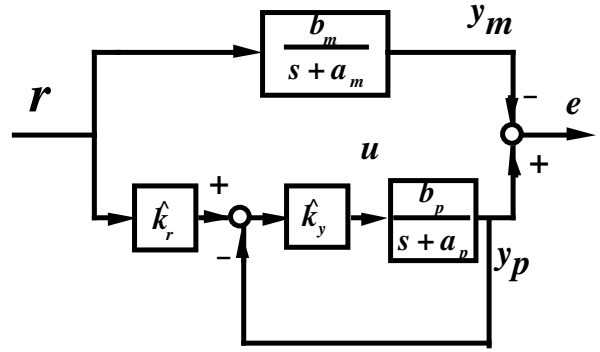


Fig. 5 MRACS(Form III)

### 3.1 II形式における適応制御ゲインの導出

図4より,

$$u = \hat{k}_r (r - \hat{k}_y y_p) \quad (28)$$

の関係が得られ,

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m r \quad (29)$$

$$\dot{y}_p = -(a_p + b_p \hat{k}_r \hat{k}_y) y_p + b_p \hat{k}_r r \quad (30)$$

が求まる. 式(29)及び式(30)よりモデルとプラントが一致するときのゲイン  $k_y^*$ ,  $k_r^*$  は,

$$k_y^* = \frac{a_m - a_p}{b_p} \quad (31)$$

$$k_r^* = \frac{b_m}{b_p} \quad (32)$$

となる. 式(28)から式(32)より偏差  $e$  の時間微分が求まる.

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{y}_p - \dot{y}_m \\ &= -\left(b_p \hat{k}_r \hat{k}_y - (a_m - a_p)\right) y_p \\ &\quad + \left(b_p \hat{k}_r - b_m\right) r - a_m (y_p - y_m) \\ &= -b_p \left(\hat{k}_r \hat{k}_y - \frac{a_m - a_p}{b_p}\right) y_p \\ &\quad + b_p \left(\hat{k}_r - \frac{b_m}{b_p}\right) r - a_m (y_p - y_m) \\ &= -b_p \hat{k}_r \hat{k}_y y_p + b_p \tilde{k}_r r - a_m e \end{aligned} \quad (33)$$

式(33)及び式(11)の時間微分から次式が得られる。

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= e\dot{e} + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) \\
&= e\dot{e} + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) \\
&= e \left( -b_p \hat{k}_r \tilde{k}_y y_p + b_p \tilde{k}_r r - a_m e \right) \\
&\quad + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) \\
&= -a_m e^2 - e b_p \hat{k}_r \tilde{k}_y y_p + e b_p \tilde{k}_r r \\
&\quad + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) \quad (34)
\end{aligned}$$

$\dot{V}(t) < 0$ の条件は式(34)より

$$-e b_p \hat{k}_r \tilde{k}_y y_p + e b_p \tilde{k}_r r + \frac{1}{g} (\tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y + \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r) = 0 \quad (35)$$

となる。以下の式(36)及び式(37)が同時に成立すると式(35)の条件が満たされる。

$$-e b_p \hat{k}_r \tilde{k}_y y_p + \frac{1}{g} \tilde{k}_y \dot{\tilde{k}}_y = 0 \quad (36)$$

$$e b_p \tilde{k}_r r + \frac{1}{g} \tilde{k}_r \dot{\tilde{k}}_r = 0 \quad (37)$$

これらを整理すると

$$\tilde{k}_y (-e b_p \hat{k}_r y_p + \frac{1}{g} \dot{\tilde{k}}_y) = 0 \quad (38)$$

$$\tilde{k}_r (e b_p r + \frac{1}{g} \dot{\tilde{k}}_r) = 0 \quad (39)$$

となり、 $\tilde{k}_y \neq 0$ ,  $\tilde{k}_r \neq 0$ から

$$e b_p \hat{k}_r y_p + \frac{1}{g} \dot{\tilde{k}}_y = 0 \quad (40)$$

$$e b_p r + \frac{1}{g} \dot{\tilde{k}}_r = 0 \quad (41)$$

が成立する。式(40)及び式(41)より適応制御則が求まる。

$$\dot{\tilde{k}}_y = -g_y b_p \hat{k}_r e y_p = -g'_y e y_p \quad (42)$$

$$\dot{\tilde{k}}_r = -g_r b_p e r = -g'_r e r \quad (43)$$

なお、 $g_y$ ,  $g_r$ ,  $g'_y$ ,  $g'_r$ は任意の正の定数とする。

### 3.2 III形式における適応制御ゲインの導出

図5より、

$$u = \hat{k}_y (\hat{k}_r r - y_p) \quad (44)$$

の関係が得られ、

$$\dot{y}_m = -a_m y_m + b_m r \quad (45)$$

$$\dot{y}_p = -\left(a_p + b_p \hat{k}_y\right) y_p + b_p \hat{k}_y \hat{k}_r r \quad (46)$$

が求まる。式(45)及び式(46)より、モデルとプラントが一致するときのゲイン $k_y^*$ ,  $k_r^*$ は、

$$k_y^* = \frac{a_m - a_p}{b_p} \quad (47)$$

$$k_r^* = \frac{b_m}{a_m - a_p} \quad (48)$$

となる。式(44)から式(48)より偏差 $e$ の時間微分は

$$\begin{aligned}
\dot{e} &= \dot{y}_p - \dot{y}_m \\
&= -b_p \left( \hat{k}_y - \frac{a_m - a_p}{b_p} \right) y_p \\
&\quad + b_p \left( \hat{k}_y \hat{k}_r - \frac{b_m}{b_p} \right) r - a_m (y_p - y_m) \\
&= -b_p \tilde{k}_y y_p + b_p \tilde{k}_y \hat{k}_r r - a_m e \quad (49)
\end{aligned}$$

となり、I形式及びII形式と同様にして制御則が求まる。

$$\dot{\tilde{k}}_y = g_y b_p e y_p = g'_y e y_p \quad (50)$$

$$\dot{\tilde{k}}_r = -g_r b_p \hat{k}_y e r = -g'_r e r \quad (51)$$

なお、 $g_y$ ,  $g_r$ ,  $g'_y$ ,  $g'_r$ は任意の正の定数とする。

## 4. MRACSのロバスト性の検証

MRACSのモデル及びプラントの伝達関数を式(52)及び式(53)に示す。

### • モデル

$$H_m(s) = \frac{100}{s + 100} \quad (52)$$

### • プラント

$$H_p(s) = \frac{10}{s + 50} \quad (53)$$

シミュレーションには、Matlab/Simulinkを用い、サンプリング周期 $T$ は1msに設定した。積分ゲインはシミュレーションにより $g'_y = 20$ ,  $g'_r = 2$ に決定した。図6に制御系のロバスト性を検証するための外乱 $d$ を示す。図7に振幅が4、周波数が2Hzの正弦波入力に関するMRACSの応答を示す。まず、モデルの出力 $C_m$ とプラントの出力 $C_p$ がほぼ一致する時間について比較する。II形式及びIII形式では、式(42)及び式(51)に示すように調整則に他方のゲイン $\hat{k}_r$ ,  $\hat{k}_y$ の項が存在することから、I形式が最も速く適応すると予測された。しかし、適応時間は、3形式ともほぼ2s程度となり、大きな差異はなかった。一方、外乱抑制、すなわち、ロバスト性については、II形式が最もよい結果が得られ、III形式、I形式の順になった。これは、II形式ではフィードバックループに適応ゲイン $\hat{k}_y$ 及び $\hat{k}_r$ が存在するため、一巡ループゲインが3種類の形式中最も高いためと考えられる。従って、MRACSにおいて適応ゲインをII形式で配置すると制御系のロバスト性が高くなることがわかった。

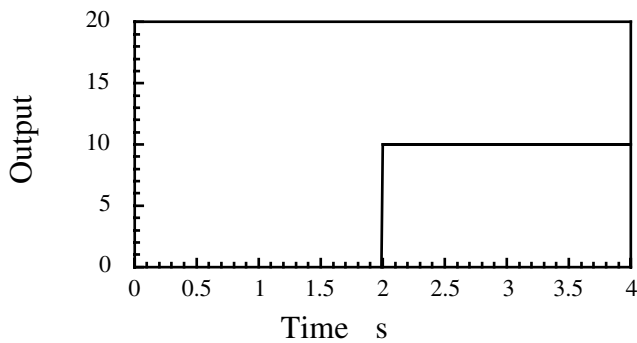
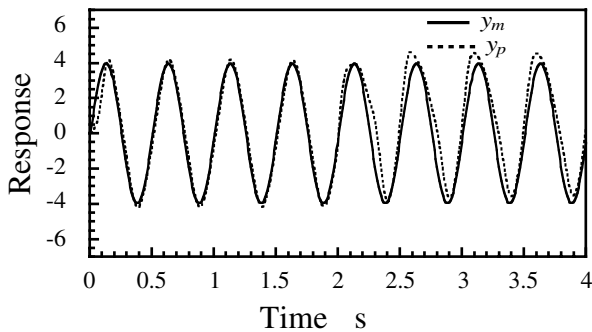
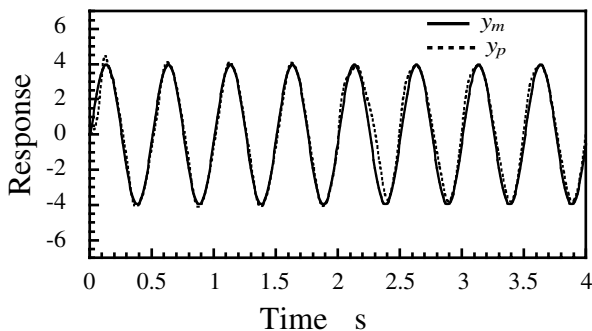


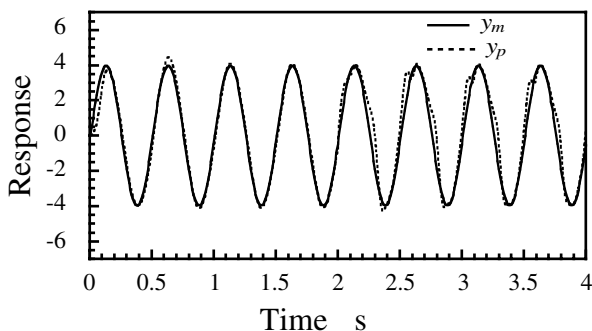
Fig. 6 Disturbance



(a) Form I



(b) Form II



(c) Form III

Fig. 7 Sinusoidal response

## 5. 結 論

メカトロニクス制御に有用なハイゲインフィードバック適応制御手法を提案し、その有効性をシミュレーションにより確認した。

## 6. 参 考 文 献

- [1] S. Sastry and M. Bodson: Adaptive control, Prentice-Hall, (1999)
- [2] R. C. Agarwal and C. S. Burrus: New recursive digital filter having very low sensitivity and round-off noise, IEEE Trans. CAS, **22**, 12, (1971) 921.
- [3] R. M. Goodall: High-speed digital controllers using an 8bit microprocessor, Software & Microsystems, **4**, 5/6, (1985) 246.
- [4] R. H. Middleton and G. C. Goodwin: Improved finite word length characteristics in digital control using delta operators, IEEE Trans. on Automatic Control, **31**, 11, (1986) 1015.
- [5] R. M. Goodall, "Minimisation of computation for digital controllers, Trans. Inst MC, **11**, 5, (1989) 218.
- [6] R. M. Goodall: The delay operator  $z^{-1}$  - inappropriate for use in recursive digital filters?, Trans. Inst MC, **12**, 5, (1990) 246.
- [7] R. H. Middleton and G. C. Goodwin: Digital Estimation and Control -A Unified Approach-, New Jersey:Prentice-Hall, (1990)
- [8] G. C. Goodwin and R. H. Middleton and H. V. Poor: High-Speed Digital Signal Processing and Control, Proc. The IEEE, **80**, 2, (1992) 240.
- [9] 金井喜美雄, 堀 憲之: デジタル制御システム入門—デルタオペレータの適用—, 横書店, (1992)
- [10] T. Aoki and N. Moronuki and Y. Furukawa: A study on Controlling Algorithm to Realize High-Speed & High-Accuracy Control Systems - Proposal of Modified Delta Operator -, J. of Robotics and Mechatronics, **9**, 6, (1997) 446.
- [11] T. Aoki: Implementation of Modified Delta Form for Microprocessors using Fixed-Point Arithmetic, Proc. of American Control Conference, (1999) 4056.
- [12] 青木 立: 固定小数点マイクロプロセッサに適した制御アルゴリズムの実装方法 (第1報) —変数変調デルタオペレーションのPID制御系への適用と実機による検証—, 精密工学会誌, **71**, 3, (2005) 394.
- [13] T. Aoki: Simple Adaptive Control Algorithms Based on The Modified Delta Form for Fixed-point Microprocessors, Proc. of joint 3rd Int. Conf. On Soft Computing and Intelligent Systems and 7th Int. Symposium advanced Intelligent Systems(SCISISIS2006), (2006) 820.
- [14] 青木 立: 修正デルタ形式に基づいたオブザーバの実機による検証 —固定小数点マイクロプロセッサに適したデルタ形式—, 東京都立産業技術高等専門学校研究紀要, **1**, (2007) 15.
- [15] 青木 立: MindStormsを用いたデジタル制御システムの開発 —NQC及びBrickOSによる制御アルゴリズムの実装—, 2007年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集 (2007) 1039.
- [16] T. Aoki: Implementation of Fixed-Point Control Algorithms Based on the Modified Delta Operator and Form for Intelligent Systems, J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, **11**, 6, (2007) 709.
- [17] T. Aoki: A Reduction of Round-off Noise Based on the Modified Delta Form for Fixed-Point Arithmetic, Proc. 19th Int. Conf. on Noise and Fluctuation, (2007) 724.
- [18] 青木 立: 固定小数点マイクロプロセッサに適した制御アルゴリズムの実装方法 —変数変調デルタオペレーションのモデル規範型適応制御系への適用—, 東京都立産業技術高等専門学校研究紀要, **2**, (2007) 20.
- [19] 青木 立: MindStormsを用いたメカトロニクスに関する研究 —デジタル制御アルゴリズムの実装—, 2008年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集 J34 (2008)
- [20] T. Aoki: A Robot Control Based on the Modified Delta Form, Proc. of The 17th CISM-IFTOMM Symposium on Robot Design, Dynamics, and Control(Romansy2008), (2008) 190.