スピンアップ過程における渦崩壊の発生機構に関する数値的研究

Numerical study on physical mechanism of vortex breakdown occurrence in spin-up process

小出 輝明 [1]

Teruaki KOIDE [1]

Abstract : A Numerical study presented on a vortex breakdown in spin-up process in an enclosed cylindrical container. In a transitional state, momentary vortex breakdowns can occur for particular parameter values of the Reynolds number and aspect ratio where no vortex breakdown appears in a steady state. This transient vortex breakdown flow is convenient to consider a mechanism for the occurrence of a vortex breakdown. It is discussed that periodical increase and decrease of angular momentum in upstream of the flow leads to the occurrence of momentary vortex breakdown. Regions for momentary vortex breakdown in spin-up occurrence are shown in the Re-H/R plane for comparison with regions for steady vortex breakdown occurrence. The character of the regions for momentary vortex breakdown where no upper limit of Reynolds number exists is found to be very different from that of the regions for steady vortex breakdown.

Keywords: Vortex Breakdown, Spin-up Process, Confined Swirling Flow

１．はじめに

密閉された円筒容器内の流体において，片側円板が回転することによって発生した循環旋回流中に，再循環領域が発生する現象を渦崩壊と呼ぶ．渦崩壊は 2 つの無次元パラメータ, 回転レイノルズ数 $Re=R^2\Omega/\nu$ と容器縦横比 H/R の組み合せによるある範囲内でのみ発生することが知られ，Escudier [1] の実験マップが関連する論文では頻繁に引用されている．ここで R，H はそれぞれ容器半径および高さ，Ω, ν は円板角速度および作動流体の動粘度である．

Escurdier の実験マップでは，1〜3 個の崩壊渦が観察される領域が， Re と H/R のパラメータ平面上に詳細に示されている．

過去の研究において，その発生機構を明らかにする試みが多数行われている．しかし非線形の運動方程式を直接解析する試みの困難さから，完全に統一された結論が得られるには至っておらず，この問題が渦崩壊に関わる研究の最大の関心であり，最後の難問と言える．

Fujimura [2] は静止状態の流体が，瞬時に回転を開始した円板によって定常旋回流に至るまでのスピンアップと呼ばれる過渡現象の可視化実験を行い，再循環領域が軸方向に振動しながら定常状態に至る現象をとらえている．小出ら [3] はこの実験結果に合わせて数値計算を行い，より定量的な流れの物理的考察を行っている．

本研究では Re, H/R の値によっては定常状態では渦崩壊は現れないものの，スピンアップ過程において発生・消滅を繰り返す軸方向振動流れに着目した．このような断続的に渦崩壊の現れる流れは，発生機構の調査に好都合である．本研究はこの渦崩壊発生時・消滅時の流れについて解析を行い，これをもとに発生機構の検証を試みる．

従来の渦崩壊の発生機構を解明しようとする試みでは，

[1] 都立産業技術高専 ものづくり工学科
荒川キャンパス 航空宇宙工学コース

その目的を完全に果たすには至っていないものの，角運動量などが渦崩壊発生に関わる重要な物理量であることが分かっている．本研究では角運動量を重要な物理量としてその大きさを渦崩壊の発生と関連付けて監視し，渦崩壊の発生機構の説明を試みて，現象発生の予測につながるような有力な所見を得ることを目的とする．

２．計算方法

密閉円筒容器内において，円筒座標系 (r, θ, z) 表示された軸対称 NS 運動方程式(1)-(3)および連続の式(4)を差分法で数値的に解いた．上部円板に角速度 Ω を与えるものとし，無次元量 $(r, z)=(r^*, z^*)/R$, $t=t^*\Omega$, $(u, v, w) = (u^*, v^*, w^*)/R\,\Omega$, $p=p^*/\rho\,\Omega^2 R^2$ を導入する．*つきは次元を持つ量である．t, p, ρ はそれぞれ時間，圧力および作動流体の密度である．p^*は遠心力を含んだ相対静圧を，(u, v, w)は速度成分を示す．

運動方程式(1)-(3)と連続の式(4)とをカップリングさせ，収束計算を行う手法は SIMPLE 法とした．時間進行には Crank- Nicolson 法を用いた．方程式の空間に関する各項の離散化は, 対流項に Kawamura- Kuwahara スキームを用い，それ以外は 2 次精度中心差分を用いた．

計算格子は MAC スタッガートとした．通常，格子点数を抑えて境界層内に効率良く細い格子を配置するため，座標変換を用いた不等間隔の格子を用いる．*H/R*＝1.70, *Re*＝2500 の場合, 格子点数は 120×200, 格子間隔は 0.003～0.015 とし，時間間隔は 0.001 一定とした．

一方，再循環領域が発生する中心軸まわりの旋回流領域(core flow)の物理量を詳しく調べ，渦崩壊発生機構に関わる考察を行おうとする場合は，上記の不等間隔格子では注目する領域の格子間隔は粗くなる場合が多い．このため流れの考察のためには等間隔格子を用いたが，境界層の解像度を維持するために上記と同じパラメータで 300×510 個のグリッドが必要であった．

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial r}+w\frac{\partial u}{\partial z}-\frac{v^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-\frac{u}{r^2}\right), \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial r}+w\frac{\partial v}{\partial z}+\frac{uv}{r} = + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial v}{\partial r}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}-\frac{v}{r^2}\right), \qquad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial r}+w\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right), \qquad (3)$$

$$\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(ru)+\frac{\partial w}{\partial z}=0\,. \qquad (4)$$

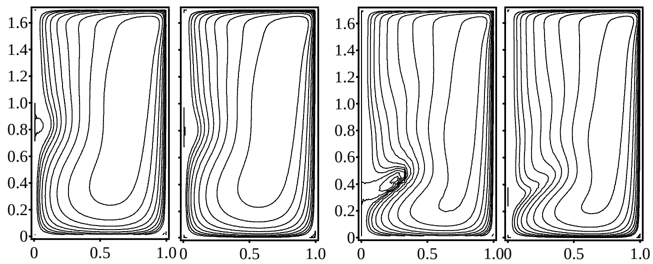
境界条件は，固定壁上はすべりなし条件，中心軸に関しては対称条件とする．

3．計算結果

3.1 流れ分布

本研究では渦崩壊の発生・消滅のメカニズムを明らかにするため，定常状態では渦崩壊が発生しないようなパラメータ *Re* と *H/R* の値を故意に設定する．ただしスピンアップ過程で断続的に渦崩壊が現れるように，過去の研究による *Re-H/R* パラメータ面上の渦崩壊発生領域マップ [1] から適当な値の組み合せを選び出し，計算を行うものとする．

これには発生領域に近い *Re-H/R* 値の組み合せを設定すれば良いが，永続的に非定常流れとなってしまうパラメータ領域を避けて選択すると，最も大きい縦横比では *H/R*=1.70 と必然的に決定される．



t=210.0　　500　　*t*=180.0　　500

(a) *Re*=1198　　(b) *Re*=2500

Fig. 1 Transient vortex breakdown flow in spin-up process and no vortex breakdown flow in steady state for *H/R* =1.70

そこで *H/R*=1.70 を選択して固定し，低臨界 *Re* (≒1200)よりも小さい *Re* =1198 と高臨界 *Re* (≒2380)よりも大きい *Re* =2500 を設定し，その過渡状態において渦崩壊が発生する様子を図 1 に示す．

低臨界側ではなるべく限界 *Re* に近い値 *Re*=1198 でなければ，一時的にしか発生しない渦崩壊は観察されず，高臨界 *Re* 側では臨界値から離れたかなり大きな *Re*=2500 でも，過渡状態での渦崩壊は観察されることが分かる．

この事実から, 特に高臨界側ではどれほどの *Re* までこの

ような過渡的な流れが見られるかという興味から，図２のような定常状態での渦崩壊の発生限界を示す *Re-H/R* 値マップ上 [1] に，このスピンアップ過程で渦崩壊が発生する臨界値のプロットを重ねて載せてみた．

計算では，*H/R* を一定値に固定し *Re* を変化させて中心軸上によどみ点が現れるかという作業を，パラメータ値の適当な刻み幅で繰り返した．よどみ点の発生はそのまま渦崩壊の出現を意味するので，スピンアップ過程で一瞬でもよどみ点が発生する場合のパラメータ領域を，図２の *Re-H/R* 面上にマップ状に示したところ，その領域は上限値（高臨界側）が存在せず，低臨界側の値のみが存在することが分かった．

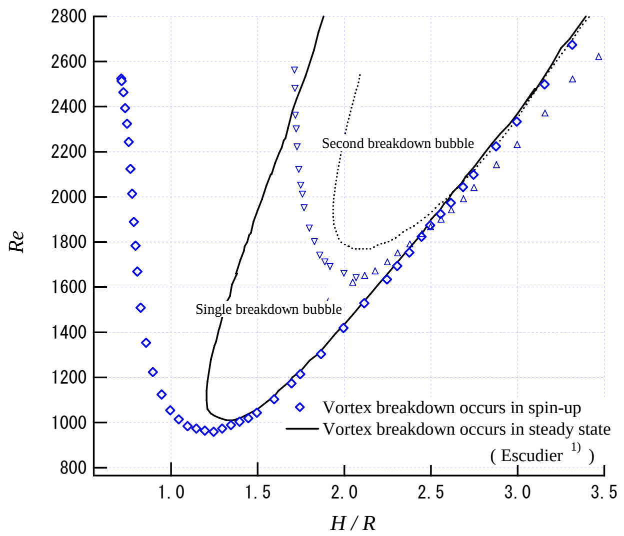


Fig.2 Regions for momentary vortex breakdown occurrence in the *Re-H/R* plane comparing with regions for steady vortex breakdown occurrence by Escudier [1]

3.2 よどみ点位置の時間変動

つぎに時間に関するよどみ点位置の変化を図３に示す．それによると，低臨界側で観察される一時的な渦崩壊の発生時間は短い．高 *Re* 側では過渡状態での渦崩壊は長い時間にわたって現れる．また図２で示した通り，高臨界 *Re* がスピンアップ過程では発生しないため，このまま *Re* を増加させてもよどみ点は過渡状態では発生し続ける．

図３では，過渡状態におけるよどみ点の発生（渦崩壊の発生）の形態は，よどみ点が上流に移動するたびに曲線の極小値を描き，逆に下流にずれるたびによどみ点は消滅するため，変位のプロットは不連続となっている．また *Re* が大きい場合は，再循環領域は上流側に，*Re* が小さいときは下流側に位置する傾向がある．

スピンアップ過程では角運動量などの渦崩壊の発生に重要な物理量が，周期的に上流かつ中心軸付近に集中した場合，一時的な渦崩壊の発生が見られ，逆に分散して小さくなると渦崩壊は下流に移動し，消滅するものと考えられる．

これらの結果をもとに，スピンアップ過程での渦崩壊の発生・消滅における発生条件の考察を行う．

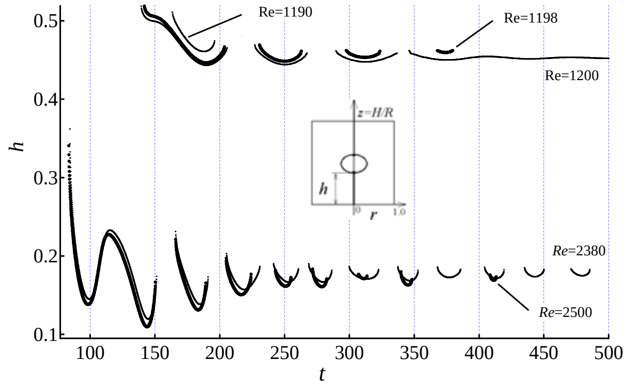


Fig.3 Height of a stagnation point h in spin-up process for *Re*=1190 - 2500 with *H/R*=1.70

4．考　察

4．1 旋回方向渦度分布

式(5)に，旋回方向渦度 η の 分布を子午面内で面積分して軸上の軸方向速度成分 $w(0, z)$ を求める Biot-Savart の式を示す．　’ 付き記号は子午面内のある位置，そしてその位置での η を示す．

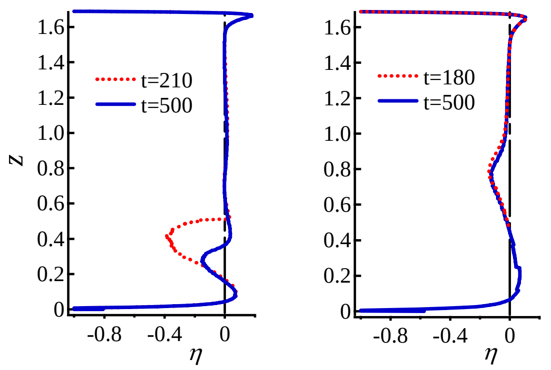
$$w(0, z) = \frac{1}{2}\int_0^{H/R}\int_0^1 \frac{r'^2 \times \eta'}{\{r'^2+(z-z')^2\}^{3/2}}\, dr'\, dz' \qquad (5)$$

式(5)は Brown-Lopez が主張した，旋回方向渦度 $\eta<0$ が渦崩壊の必要条件であるという根拠になっている．式(5)では子午面内領域にわたって積分を行うと，$w(0, z)$が負となるには，すなわちよどみ点が軸上に発生するには，η が負となる場合のみがその発生の可能性があることを示している [4]．

そこで渦度の旋回方向成分の分布を示すために，core flow のある流線 Ψ=0.00001 に沿った η の値を図４に示す．式(5)では η が正から負に変化するとき渦崩壊の必要条件となることを示している通り，図４で渦度は再循環領域の発生位置に合わせて，大きな負の値をとっている．

ところが厳密には消滅時にも負の値となる部分があり，

式(5)の $w(0,z)$ が負となる条件を満たしている．これは式(5)の条件式が根本的に必要条件であって，渦度が負となることが必ず渦崩壊発生につながるわけではなく，発生限界の予測判定を明確に示せないという問題が，この現象の研究に残されている．



(a) *Re* = 1198　　(b) *Re* = 2500

Fig. 4　Azimuthal vorticity η along a stream line Ψ=0.00001

4．2 Core flow 上流部の角運動量および総ヘッド

過去の解析的研究によると，渦崩壊の発生機構を解明しようとする試みの中で，発生に重要な物理量が角運動量と総ヘッドであることを示されている．したがって渦崩壊の発生する上流部のこれら物理量の大きさを監視し，よどみ点発生時でのその大きさの変動との相関を定量的にはっきりさせれば，渦崩壊発生メカニズムの解明に有力な物理的考察を加え，さらに理解を深めることができる．

そこで図 5 のように，角運動量の値を Ψ =0.0001 の流線上の，半径が最も小さくなる点で監視し，図 3 のよどみ点発生位置のグラフに時間を合わせて示してみた．

Ψ =0.0001 の流線は中心軸近傍にあるため，角運動量はごく小さいものの，特に *Re*=2500 の場合，よどみ点の出現とほぼ相関を持った値の変動を示している．総ヘッドの値変動も調べたが，よどみ点発生と位相がずれており，エネルギーの損失とその下流で起こるよどみ点の発生との関連は，角運動量と比べて明確でないため，図中には示さなかった．図 5 では特に *Re*=1198 の場合，ある値まで角運動量が達した後，よどみ点が発生する可能性があることを示唆するものの，その臨界値を特定するまでには至っていない．*Re*=2500 の場合においても角運動量がどの値のときによどみ点が発生する，すなわちこの *Re* および *H/R* での渦崩壊発生の臨界値がこの値であると特定するまでには至らない．

今後は角運動量を見積もる位置の検討や，格子点解像度の改善を図ることが必要である．また *H/R* を変えて，やはり限界値付近での基準点における物理量の大きさの見積もりを行っていき，これら物理量の普遍的な臨界値を見出していく予定である．

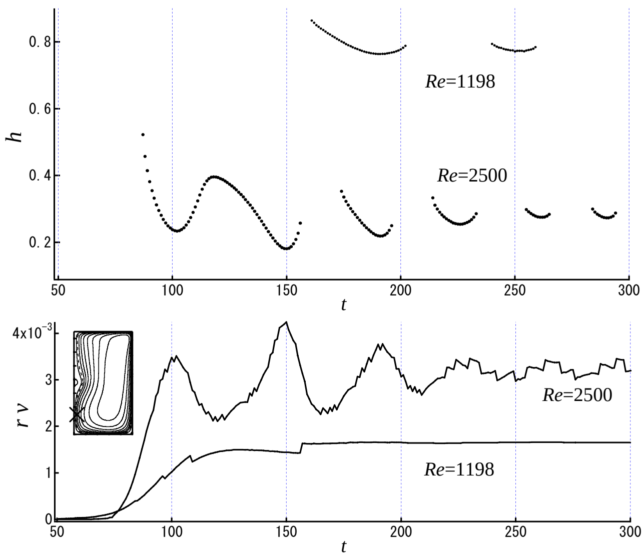


Fig. 5 Height of stagnation point *h* (above) and angular momentum *rv* on the stream line Ψ=0.0001 at the throat of core flow (below)

５．まとめ

円筒内渦崩壊のスピンアップ過程において，渦崩壊の発生時と消滅時の流動機構を数値的に調査した．その発生と消滅時にあわせて，角運動量のような渦崩壊発生に重要な物理量の値に明確な相関が見られる．この過渡現象のさらなる調査によって，渦崩壊の発生機構そのものの解明に重要な物理的解釈を与えていきたい．

文献

(1) Escudier, M.P., Exp. Fluids, 2(1984), 189-196.

(2) Fujimura,K., Koyama, H.S., and Hyun, J.M., Trans. ASME J. Fluids Engng, 119(1997), 604-611.

(3) 小出，藤村，児山，日本機械学会論文集(B 編),66 巻 651 号(2000)，93～100

(4) Brown, G.L. and Lopez, J.M., J. Fluid Mech., 221(1990), 553-576.