離散時間発振器を用いたモデル規範型適応オブザーバ

-1回のステップ応答によるオンラインパラメータ推定-

Model Reference Adaptive Observer by Using a Discrete-Time Oscillator – On-line Parameter Estimation by One Step Response –

青木 立1)

Tatsu AOKI 1)

The characteristic of a controlled plant is varied according to the environmental change, aging of a plant, etc. Thus, it is required to estimate the plant parameters on-line to maintain the performance of a control system. In such a case, an adaptive observer is effective. Though the adaptive observer can follow a parameter change, it is necessary to use the signals that satisfy PE conditions to estimate plant parameters. However, in a process control, the pressure or temperature of the plant cannot follow such rapid signals. In the control of a mechanical system, resonance is induced according to such signals. Resonance of a large-sized mechanical system is very dangerous. Thus, the previous paper proposes an adaptive observer, where high-order plant parameters can be estimated only by one step response. A key idea is connecting a discrete-time oscillator to a plant output in series. An oscillator output excites a plant in the conventional method. On the other hand, a plant output excites a discrete-time oscillator, parameter estimation becomes possible by one step response. In this paper, the effectiveness of the previously proposed method is verified by root mean square error on estimated Bode diagrams. Simulation results on the first-order system show that plant parameters can be estimated in sufficient precision from one step response, though RMSE of the proposed method is bigger than that of the conventional one.

Keywords: Parameter estimation, Adaptive observer, Persistent excitation, Step response, Delta operator, Mechatronics, Industrial process control

1. はじめに

制御系のコントローラを設計するためには、制御対象を物 理法則に従い数式モデルで表現し、さらに、システム同定に より数式モデルの物理パラメータを求める必要がある.実際 の制御対象は負荷の変動や経年変化による特性の変化や実機 に混入する外乱によりコントローラ設計時における制御性能 を維持することができない. ロバスト制御はコントローラ設 計時に設定したモデルと多少異なっても制御性能がほぼ維持 できる.しかし、ロバスト制御では制御対象のモデル化誤差 の表現及び範囲を最初に設定するため、想定外の大きなパラ メータ変動や外乱に対処することができない.一方,適応オ ブザーバは制御対象の数式モデルに基づいて制御対象に関す る入出力データから状態及び物理パラメータを推定する.こ のため,制御対象のパラメータ変動が大きい場合でも適応制 御により追随することが可能になる.なお,適応オブザーバ では、一般に、制御対象のパラメータ変動速度が低く、制御 対象の数式モデルのパラメータを固定して適応制御則を導 く. なお,得られた適応制御則により制御対象の状態及びパ ラメータを推定するためには、PE 条件を満たした信号、す なわち,制御対象の全てのモードを励起する信号により対象 を励起する必要がある [1-9]. PE 条件を満たす信号により大

型の機械システムを励起し続けると共振により大きなノイズ や振動が発生するため非常に危険である.また,プロセス制 御では,プラントの温度や圧力を頻繁に変化させることがで きない.また,1回のステップ応答だけでは適応制御が十分 に機能しないため,状態やパラメータを推定できない.そこ で,産業界では制御対象の高次数式モデルに関するパラメー タが1回のステップ応答データから得られる手法の開発が急 務となっている.

筆者らはモデル規範型適応オブザーバにおいて同定対象の 出力に離散時間発振器を直列に接続し,1回のステップ応答 から正弦波応答に変換させる手法を提案した[10].本手法で は1回のステップ応答のみで適応オブザーバによるプラント パラメータの推定値が得られるため,PE条件を満たす信号 によりプラントを励起する必要がない.さらに,パラメータ 推定に必要な演算は積分演算のみであり,最小二乗法などの 数値計算は不要になる.また,1次系に関するパラメータ推 定について提案手法の有効性を確認した[10].

本研究では筆者らが提案した手法により推定したパラ メータに基づいてボード線図を作成し,2乗平均平方根誤 差(RMSE)によりその有効性を評価する.第2章ではデルタ 形式で表現された1次系についてモデル規範型適応オブザー バを導出する.第3章では本提案手法の概要と1次系に関す る有効性の評価について述べる.第4章では結論を述べる.

¹⁾ 東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科 電気電子 工学コース

デルタ形式に基づいたモデル規範型適応オブザー バの導出

図1にモデル規範型適応オブザーバを示す [10]-[12]. プラ ントとモデルには同一の信号 u(k) が入力され,モデルの出力 y_m(k) がプラントの出力 y_p(k) に一致するよう制御する.入力 信号 u(k) として PE 条件を満たす信号,すなわち,プラント の種々のモードを励起する信号を用いることにより,モデル のパラメータや状態がプラントのそれらに収束していく.こ こでは最も簡単な1次系のプラントについて考える.なお, プラントパラメータは定数と見なして適応制御則を導出する.

• プラント

$$H_{pc}(s) = \frac{b_0^{pc}}{s + a_0^{pc}}$$
(1)

• モデル

$$H_{mc}(s) = \frac{b_0^{mc}(t)}{s + a_0^{mc}(t)}$$
(2)

式(1)及び式(2)を零次ホールドにより離散化する。

• プラント

$$H_{ps}(z) = \frac{b_0^{ps}}{z + a_0^{ps}}$$
(3)

• モデル

$$H_{ms}(z) = \frac{b_0^{ms}(k+1)}{z+a_0^{ms}(k+1)}$$
(4)

ここで,パラメータ推定における数値的安定性を向上させる ため,以下に示すデルタオペレータ

$$\delta = z - 1 \tag{5}$$

により式(3)及び式(4)をデルタ形式に変換する[13]-[16].

• プラント

$$H_p(\boldsymbol{\delta}) = \frac{b_0^p}{\boldsymbol{\delta} + a_0^p} \tag{6}$$

• モデル

$$H_m(\boldsymbol{\delta}) = \frac{b_0^m(k+1)}{\boldsymbol{\delta} + a_0^m(k+1)}$$
(7)

図1及び式(6)-(7)から入出力関係式が得られる.

$$\delta y_p(k) = -a_0^p y_p(k) + b_0^p u(k) \tag{8}$$

$$\delta y_m(k) = -a_0^m(k+1)y_m(k) + b_0^m(k+1)u(k)$$
(9)

ここで,モデル出力 $y_m(k)$ とプラント出力 $y_p(k)$ との誤差 e(k) 及びパラメータ推定誤差 \tilde{a} , \tilde{b} を定義する.

$$e(k) = y_p(k) - y_m(k) \tag{10}$$

$$\tilde{a}(k) = a_0^p - a_0^m(k) \tag{11}$$

$$\tilde{b}(k) = b_0^p - b_0^m(k)$$
 (12)



Fig. 1 Adaptive observer based on MRAC

式 (8)-(9) より e(k) 及びパラメータ推定誤差 \tilde{a} , \tilde{b} に関して次 式が成立する.

$$\begin{split} \delta e(k-1) &= (-a_0^p y_p(k-1) + b_0^p u(k-1)) \\ &- (-a_0^m(k) y_m(k-1) + b_0^m(k) u(k-1)) \\ &= (-a_0^p y_p(k-1) + b_0^p u(k-1)) \\ &+ a_0^p y_m(k-1) - a_0^p y_m(k-1) \\ &- (-a_0^m(k) y_m(k-1) + b_0^m(k) u(k-1))) \\ &= -a_0^p y_p(k-1) + a_0^p y_m(k-1) \\ &- a_0^p y_m(k-1) + a_0^m(k) y_m(k-1) \\ &+ b_0^p u(k-1) - b_0^m(k) u(k-1) \\ &= -a_0^p e(k-1) \\ &- \tilde{a}(k) y_m(k-1) + \tilde{b}(k) u(k-1) \end{split}$$
(13)

式(5)及び式(13)より

$$e(k) = (1 - a_0^p) e(k-1) - \tilde{a}(k) y_m(k-1) + \tilde{b}(k) u(k-1)$$
 (14)
が得られ, さらに, 式 (14)の両辺に $e(k-1)$ を乗じると

$$e(k)e(k-1) = (1-a_0^p)e^2(k-1) -\tilde{a}(k)y_m(k-1)e(k-1) +\tilde{b}(k)u(k-1)e(k-1)$$
(15)

となる.次に,出力誤差 e(k) 及びパラメータ推定誤差 $\tilde{a}(k)$, $\tilde{b}(k)$ に関して以下のリアプノフ関数を考える.

$$V(k) = e^{2}(k) + \frac{1}{2\gamma_{a1}}\tilde{a}^{2}(k) + \frac{1}{2\gamma_{b1}}\tilde{b}^{2}(k) + \frac{1}{2\gamma_{a2}}\tilde{a}^{2}(k) + \frac{1}{2\gamma_{b2}}\tilde{b}^{2}(k)$$
(16)

ここで, γ_{a1} , γ_{a2} , γ_{b1} , γ_{b2} は任意の正の定数とする.また, $f_a(k)$, $f_b(k)$ を

$$f_{a}(k) = \tilde{a}(k) - \tilde{a}(k-1)$$
(17)
$$f_{a}(k) = \tilde{b}(k) - \tilde{b}(k-1)$$
(18)

$$f_b(k) = \tilde{b}(k) - \tilde{b}(k-1)$$
 (18)

と定義する.式(17)-(18)より次式が得られる.

$$\tilde{a}^{2}(k) - \tilde{a}^{2}(k-1) = \tilde{a}^{2}(k) - (\tilde{a}(k) - f_{a}(k))^{2}$$
$$= 2\tilde{a}(k)f_{a}(k) - f_{a}^{2}(k)$$
(19)

$$\tilde{b}^{2}(k) - \tilde{b}^{2}(k-1) = \tilde{b}^{2}(k) - \left(\tilde{b}(k) - f_{b}(k)\right)^{2}$$
$$= 2\tilde{b}(k)f_{b}(k) - f_{b}^{2}(k)$$
(20)

式 (16) から $\Delta v(k)$ が求まる.

$$\Delta V(k) = V(k) - V(k-1)$$

$$= e^{2}(k) - e^{2}(k-1)$$

$$+ \frac{1}{2\gamma_{a1}} \left(\tilde{a}^{2}(k) - \tilde{a}^{2}(k-1) \right)$$

$$+ \frac{1}{2\gamma_{b1}} \left(\tilde{b}^{2}(k) - \tilde{b}^{2}(k-1) \right)$$

$$+ \frac{1}{2\gamma_{a2}} \left(\tilde{a}^{2}(k) - \tilde{a}^{2}(k-1) \right)$$

$$+ \frac{1}{2\gamma_{b2}} \left(\tilde{b}^{2}(k) - \tilde{b}^{2}(k-1) \right) \qquad (21)$$

式 (14) に示す *e*(*k*) を式 (21) における *e*²(*k*) の一つに代入した後,式 (19)-(20) を式 (21) に代入する.

$$\Delta V(k) = (1 - a_0^p) e(k)e(k - 1) -\tilde{a}(k)e(k)y_m(k - 1) +\tilde{b}(k)e(k)u(k - 1) -e^2(k - 1) +\frac{1}{2\gamma_{a1}} \left(2\tilde{a}(k)f_a(k) - f_a^2(k)\right) +\frac{1}{2\gamma_{b1}} \left(2\tilde{b}(k)f_b(k) - f_b^2(k)\right) +\frac{1}{2\gamma_{a2}} \left(2\tilde{a}(k)f_a(k) - f_a^2(k)\right) +\frac{1}{2\gamma_{b2}} \left(2\tilde{b}(k)f_b(k) - f_b^2(k)\right)$$
(22)

さらに,式(15)を式(22)における e(k)e(k-1)に代入する.

$$\Delta V(k) = a_0^p (a_0^p - 2) e^2(k - 1) - (1 - a_0^p) \tilde{a}(k) y_m(k - 1) e(k - 1) + (1 - a_0^p) \tilde{b}(k) u(k - 1) e(k - 1) - \tilde{a}(k) e(k) y_m(k - 1) + \tilde{b}(k) e(k) u(k - 1) + \frac{1}{\gamma_{a1}} \tilde{a}(k) f_a(k) - \frac{1}{2\gamma_{a1}} f_a^2(k) + \frac{1}{\gamma_{b1}} \tilde{b}(k) f_b(k) - \frac{1}{2\gamma_{b1}} f_b^2(k) + \frac{1}{\gamma_{a2}} \tilde{a}(k) f_a(k) - \frac{1}{2\gamma_{a2}} f_a^2(k) + \frac{1}{\gamma_{b2}} \tilde{b}(k) f_b(k) - \frac{1}{2\gamma_{b2}} f_b^2(k)$$
(23)

式(23)において以下に示す4式が成立すると仮定する.

$$\frac{1}{\gamma_{a1}}\tilde{a}(k)f_a(k) - (1 - a_0^p)\tilde{a}(k)y_m(k-1)e(k-1) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{1}{\gamma_{b1}}\tilde{b}(k)f_b(k) + (1 - a_0^p)\tilde{b}(k)u(k-1)e(k-1) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{-1}{\gamma_{a2}} \tilde{b}(k) f_a(k) - \tilde{a}(k) \tilde{e}(k) y_m(k-1) = 0 \quad (26)$$

$$\frac{1}{\gamma_{b2}} \tilde{b}(k) f_b(k) + \tilde{b}(k) \tilde{e}(k) u(k-1) = 0 \quad (27)$$

このとき, ΔV(k) は

$$\Delta V(k) = a_0^p (a_0^p - 2) e^2 (k - 1) - \frac{1}{2\gamma_{a1}} f_a^2(k) - \frac{1}{2\gamma_{a2}} f_a^2(k) - \frac{1}{2\gamma_{b1}} f_b^2(k) - \frac{1}{2\gamma_{b2}} f_b^2(k)$$
(28)

となる.式 (28) において、 $0 < a_0^p < 1$ であるので $\Delta V(k) < 0$ となり、適応制御系は安定になる.そこで、式 (24)-(27) より 適応制御則を導く.式 (24)-(27) は、

$$\left(\frac{1}{\gamma_{a1}}f_a(k) - (1 - a_0^p)y_m(k-1)e(k-1)\right)\tilde{a}(k) = 0$$
(29)

$$\left(\frac{1}{\gamma_{b1}}f_b(k) + (1-a_0^p)u(k-1)e(k-1)\right)\tilde{b}(k) = 0$$
(30)

$$\left(\frac{1}{\gamma_{a2}}f_a(k) - e(k)y_m(k-1)\right)\tilde{a}(k) = 0 \quad (31)$$

$$\left(\frac{1}{\gamma_{b2}}f_b(k) + e(k)u(k-1)\right)\tilde{b}(k) = 0 \quad (32)$$

と変形できる.ここで、 $\tilde{a}(k) \neq 0$ 及び $\tilde{b}(k) \neq 0$ を考慮すると

$$\frac{1}{\gamma_{a1}} f_a(k) - (1 - d_0^p) y_m(k-1) e(k-1) = 0 \quad (33)$$

$$\frac{1}{\gamma_{b1}} f_b(k) + (1 - a_0^p) u(k-1)e(k-1) = 0 \quad (34)$$

$$\frac{1}{\gamma_{a2}} f_a(k) - e(k)y_m(k-1) = 0 \quad (35)$$
$$\frac{1}{\gamma_{b2}} f_b(k) + e(k)u(k-1) = 0 \quad (36)$$

が得られる. 式 (33)-(36) は

$$f_{a}(k) = \gamma_{a1} (1 - a_{0}^{p}) y_{m}(k - 1)e(k - 1)$$

$$= \gamma'_{a1} y_{m}(k - 1)e(k - 1)$$
(37)
$$f_{b}(k) = -\gamma_{b1} (1 - a_{0}^{p}) u(k - 1)e(k - 1)$$

$$f_a(k) = \gamma_{a2} e(k) y_m(k-1)$$
(39)

$$f_b(k) = -\gamma_{b2}e(k)u(k-1)$$
 (40)

と変形できる.ここで,式(11)-(12)及び式(17)-(18)を考慮 すると,式(41)-(44)が得られる.

$$a_0^m(k) = a_0^m(k-1) - \gamma'_{a1} y_m(k-1) e(k-1)$$
 (41)

$$a_0^m(k) = a_0^m(k-1) - \gamma_{a2}e(k)y_m(k-1)$$
(42)

$$b_0^m(k) = b_0^m(k-1) + \gamma'_{b1}u(k-1)e(k-1)$$
(43)

$$b_0^m(k) = b_0^m(k-1) + \gamma_{b2}e(k)u(k-1)$$
(44)

さらに,式(41)と式(42),式(43)と式(44)をそれぞれ纏めるとオブザーバに関する適応制御則が求まる.

$$a_0^m(k) = a_0^m(k-1) - \gamma'_{a1}y_m(k-1)e(k-1) -\gamma_{a2}e(k)y_m(k-1)$$
(45)

$$b_0^m(k) = b_0^m(k-1) + \gamma'_{b1}u(k-1)e(k-1) + \gamma_{b2}e(k)u(k-1)$$
(46)

3. 1回のステップ応答に基づいた適応オブザーバ [10]

図2にプラントを離散時間系で表現された正弦波発振器の 出力信号により励起する場合を示す.正弦波発振器 sin(ωkT) の伝達関数は以下で与えられる.

$$H_i(z^{-1}) = \frac{\sin(\omega T)z^{-1}}{1 - 2\cos(\omega T)z^{-1} + z^{-2}}$$
(47)

ここでωは角振動数, T はサンプリング周期とする.インパ ルス信号を式 (47) に示す発振器に入力すると正弦波が発生 する.ここで,ステップ信号をトリガ信号にしてこの発振器 が動作を開始するようにする.ステップ信号の伝達関数は

$$R(z^{-1}) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \tag{48}$$

で与えられる.式 (48) を考慮して式 (47) を変形すれば所望 の発振器が得られる.

$$H_s(z^{-1}) = \frac{\sin(\omega T)z^{-1} \left(1 - z^{-1}\right)}{1 - 2\cos(\omega T)z^{-1} + z^{-2}}$$
(49)

一方、図3に示す提案手法では、従来手法の場合のプラント と発振器の並び順を逆にしてプラントの出力に発振器を直列 に接続する.この場合、プラントにステップ信号を入力する と結果的にプラントを発振器で駆動していることと等価になる。その結果、ステップ信号を1回入力しただけでパラメー タ推定が可能になる。図2及び図3の手法を、それぞれ、適 応オブザーバへ応用した場合を図4及び図5に示す。

4. 1次系に関する提案手法の有効性の検証

最も簡単な1次系について考える.

$$H_{pc}(s) = \frac{100}{s+50} \tag{50}$$

MATLAB/Simulink を用いてシミュレーションを実施した. 適 応制御則は式 (45)-(46) を用いた. シミュレーションパラメー タを以下に示す.

{ $\gamma'_{a1} \quad \gamma_{a2} \quad \gamma'_{b1} \quad \gamma_{b2}$ } = { 2.0 0.0 2.0 0.0 } $u(kT) = \sin(2\pi \ 10 \ kT)$

シミュレーションは計測ノイズとして図6に示す白色雑音 をプラント出力 y_p(k) に混入させて実行した.推定したパラ メータを式 (5) を用いて通常のシフトモデルに変換した後, MATLAB 関数の d2c により連続時間系のパラメータに変換 する.得られたパラメータに基づいて MATLAB 関数の bode により連続時間系におけるボード線図を求める.図7と図8 に従来手法と提案手法により推定した Bode 線図を示す.ま た,表1に推定したボード線図について以下により求まる RMSE を示す.なお, RMSE は log スケールで等間隔になる 100 点について求めた.

$$\Delta|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{100} \left(\left|\hat{G}(j\omega_i)\right| - |G(j\omega_i)|\right)^2}{100}}$$
(51)

$$\Delta \angle G(j\omega) = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{\infty} \left(\angle G(j\omega_i) - \angle G(j\omega_i) \right)}{100}}$$
(52)



Fig. 2 Conventional frequency-response data-acquisition flow



Fig. 3 Proposed frequency-response data-acquisition flow



Fig. 4 Conventional adaptive observer based on MRAC



Fig. 5 Proposed adaptive observer based on MRAC



Fig. 6 Measurement noise that imitated by white noise

表 1 から提案手法の RMSE は従来手法の RMSE より大きさ $|G(j\omega)|$ では約 4 倍,位相 $\angle G(j\omega)$ では約 6 倍程度大きい.し かし,図 7 と図 8 に示す *Bode* 線図からはその違いを判別す ることは困難である.

5. 結 論

筆者らが以前提案した1回のステップ応答のみでパラメー タ推定可能な適応オブザーバについて、ボード線図に関する RMSEを指標として、その有効性を検証した.提案手法は計 測ノイズの影響を受け易く、提案手法の RMSE は従来手法の RMSE より大きい結果になった.しかし、ボード線図上では グラフの太さのため、従来手法と提案手法の RMSE の違い をほとんど識別することができない.システム同定における モデル化誤差を考慮すると、実用上十分な推定精度が得られ ている.従って、提案手法は産業界において有用と考える.

6. 参考文献

- S. Boyd and S. Sastry,, "Necessary and Sufficient Condition for Parameter Convergence in Adaptive Control", *Systems Control Letters*, Vol. 3, pp.311–319, 1983..
- [2] M. Green and J. Moore : Persistence of excitation in linear systems, Systems & Control Letters, 7, pp. 351–360, 1986
- [3] I. Mareels, R. Bitmead, and M. Gevers : How exciting can a signal really be?, Systems & Control Letters, 8, pp. 197– 204, 1987
- [4] N. Shimkin and A. Feuer : Persistency of excitation in continuous-time systems, Systems & Control Letters, 9, pp. 225–233, 1987
- [5] 片山 徹: システム同定入門, 朝倉書店, pp. 39-46, 1994
- [6] 足立 修一: MATLAB による制御のためのシステム同定, 東京電機大学出版局, pp. 17–32, 1997
- [7] Ljung, L : System Identification Theory for the User Second Edition, Prentice-Hall, pp. 412–421, 1999
- [8] J. Willems, P. Rapisarda, I. Markovsky et al. : A Note on persistency of excitation, Systems & Control Letters, 54, pp. 325–329, 2005
- [9] M. Gevers : A Personal View of the Development of System Identification, IEEE Control System Magazine, 26-6, pp.93-105, 2006
- [10] T.Aoki and S. Kawata : Proposal of New Data-Acquisition Method Based on Step Response for Parameter Estimation, Proc. SICE Annual Conference 2016, pp. 888–891, 2016
- [11] Sastry, S. and Bodoson, M: Adaptive control stability, convergence, and robustness-, *Prentice-Hall*, 1989..
- [12] Li, W. and Slotine, J.J.E: Applied nonlinear control, *Prentice-Halls*, pp. 311-391, 1991.
- [13] R. H. Middleton and G. C. Goodwin, "Improved finite word length characteristics in digital control using delta operators," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 31, no. 11, pp. 1015-1021, 1986.
- [14] R. M. Goodall, "The delay operator z⁻¹ inappropriate for use in recursive digital filters?," *Trans. Inst MC*, vol. 12, no. 5, pp. 246-250, 1990.
- [15] R. H. Middleton and G. C. Goodwin, *Digital Estimation and Control: A Unified Approach*. New Jersey:Prentice-Hall,1990.
- [16] Graham C. Goodwin, Stefan F. Graebe, Mario E. Salgado, "CONTROL SYSTEM DESIGN," Prarson Education, pp.119–155, 2000/9/26



Fig. 7 Estimated Bode diagram based on the conventional method



Fig. 8 Estimated Bode diagram based on the proposed method

Table 1 RMSE on Bode diagrams

	Magnitude (dB)	Phase (deg)
Conventional method	2.7967×10^{-2}	4.8684×10^{-2}
Proposed method	1.0544×10^{-1}	3.1019×10^{-1}