

ステップ信号を用いたパラメトリックモデルの同定

– ボード線図による有効性の検証 –

Identification of a Parametric Model by Using Step Signal

– Verification of Effectiveness by Bode Diagram –

青 木 立¹⁾

Tatsu AOKI¹⁾

Abstract: In order to estimate plant parameters, a plant needs to be excited by a sufficiently rich signal. However, it is not possible in a process control to change frequently temperature, pressure, etc. On the other hand, a plant input that meets the condition of persistent excitation may induce mechanical resonance with large noise and vibration. The resonance is very dangerous in large mechanical systems. Thus, a step signal is often used to estimate plant parameters and time delay in industrial control. Since the information obtained by a step response is limited, only approximated low-order models, such as the first- or second- order plus time delay models are obtained. The high-precise control system cannot be designed from low-order model. Parameter estimation based on a step response is also time-consuming and high cost due to long time constant of a plant. Thus, the previous paper proposes a new data acquisition method, where high-order plant parameters can be estimated from step response. A key idea is an introduction of a discrete-time oscillator. Though an oscillator output excites a plant in the conventional method, a discrete-time oscillator is connected to the plant output in the proposed method so that a plant output can excite a discrete-time oscillator. In this paper, the effectiveness of the previously proposed method is verified by root mean square error on estimated Bode diagram. Simulation results on the third-order ARX model show that plant parameters can be estimated in sufficient precision from step response.

Keywords: Parameter estimation, Persistent excitation, Step response, ARX, Industrial process control

1. はじめに

制御系を設計するためには、システム同定により制御対象の数式モデルを求める必要がある。システム同定では制御対象の全てのモードを励起する必要があり、このための同定入力に関する条件は PE 条件と呼ばれる [1-8]。単一周波数の正弦波では PE 条件の次数は 2 であり、2 個の未知パラメータをもつ対象、すなわち、厳密にプロパーな 1 次系の同定が可能になる。同様にして厳密にプロパーな n 次系の未知パラメータは $2n$ 個のため、その同定には n 個の単一周波数の正弦波が必要になる [4-5]。プロセス制御では、プラント内の温度、圧力、流量などを頻繁に変化させることができないため、同定入力としてステップ信号が広く使用されている。時刻 0 s で立ち上がるステップ信号を用いた場合、PE 条件の次数は 1 であることから [4-5]、DC ゲイン、立ち上がり時間、むだ時間など限定的な情報しか得られない、むだ時間を含む高精度な 1 次系や 2 次系のモデルを得るため、複雑な同定手法が提案されている [9-10]。同定の精度や信頼性を向上させるためには、大量のステップ応答データを取得する必要がある。しかし、プラントの時定数が分や時間のオーダーの場合、データ取得に多大な時間を要し、コストもかかる。このため、産業界では、高精度制御を実現するための高次モデルがステップ応答データのみから得られる手法が望まれている。

一方、機械システムには高次モードが多数存在する。PE 条件を満たす同定入力、すなわち、時間的に変化の激しい信号を機械システムに入力した場合、対象が共振する。このとき、大型の機械システムでは大きなノイズや振動が発生し、非常に危険な状態になる。そこで、機械的な共振を避けるため、ステップ信号を用いることを考える。ステップ信号の PE 条件の次数は 1 であるため [4-5]、得られる情報量が少く、高次モードを同定することは困難である。

筆者らは同定対象の出力に離散時間系で構成した発振器を接続することにより、PE 条件の次数が低い信号を用いても、高次モデルが得られるデータ取得手法を提案した [11]。提案手法により 3 次系の ARX モデルについて、最小 2 乗法によりパラメータを推定した。その結果、ステップ応答のみで 3 次モデルのパラメータを従来手法と同等の精度で推定できることを確認した。

本研究では、筆者らが提案した手法の有効性をさらに検証する。検証には、ARX モデルを用い、最小 2 乗法によりパラメータを推定する。推定パラメータに基づいたボード線図に関して 2 乗平均平方根誤差 (Root Mean Square Error, RMSE) により評価する。第 2 章では提案手法の概要、提案手法に必要な離散時間系での正弦波発振器及び擬似白色 2 値信号 (Pseudo Random Binary Signal, PRBS) 発振器について述べる。第 3 章では検証結果、第 4 章では結論を述べる。

1) 東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科 電気電子工学コース

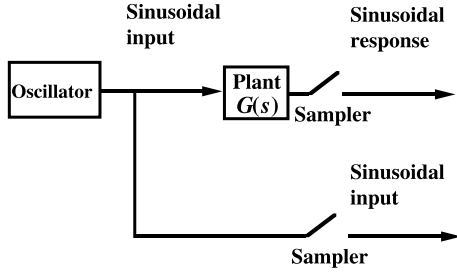


Fig. 1 Conventional input/output data-acquisition

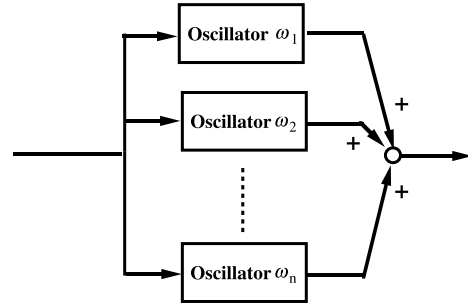


Fig. 2 Sum of sinusoids

2. 提案手法の概要 [11]

2.1 従来手法

図1に正弦波信号を用いた従来のシステム同定手法例について示す。正弦波信号及び正弦波信号による同定対象の応答をサンプリングし、これらのデータに基づいて対象のパラメータを推定する。図2に示すように発振器は同定入力にPE条件を満たすように複数の単一周波数の正弦波発振器を並列に接続した発振器を用いる。なお、同定に用いる入力信号はPE条件を満たせばよいので、正弦波だけではなく、擬似白色2値信号も使用される。また、図3に示すように計測ノイズの影響を低減するため、プレフィルタを挿入する [5-6].

2.2 提案手法

図1に示す従来のシステム同定手法において、離散時間系で表現された発振器を用いた場合を図4に示す。この離散時間系で表現された発振器は、トリガ信号、すなわち、ステップ信号により信号を発生するものとする。図5に図4の破線で囲まれた部分と発振器 $H_{s1}(z^{-1})$ の順序を入れ替えたブロック線図を示す。図4に示す従来手法では、同定対象は発振器の出力により駆動される。一方、図5に示す提案手法では、同定対象はステップ信号により駆動されるが、図4と図5は等価なため、得られるデータは同一になる。そこで、PE条件の次数が低い信号を同定入力とした場合でも、PE条件を満たした信号を入力した場合と同様にパラメータ推定が可能になる。さらに、図6に示すように、プレフィルタを挿入することにより計測ノイズの影響を低減できる。

2.3 正弦波発振器

離散時間系で表現された正弦波発振器 $\sin(\omega_1 kT)$ を以下に示す。

$$H_{i1}(z^{-1}) = \frac{\sin(\omega_1 T)z^{-1}}{1 - 2\cos(\omega_1 T)z^{-1} + z^{-2}} \quad (1)$$

ここで ω_1 は角振動数、 T はサンプリング周期とする。式(1)に示す伝達関数にインパルス信号を入力することにより、正弦波が発生する。さらに、式(1)に示す発振器がステップ信号をトリガに動作を開始するように変形する。ステップ信号の伝達関数は

$$R(z^{-1}) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (2)$$

で与えられるので、式(1)及び式(2)から修正した発振器が得られる。

$$H_{s1}(z^{-1}) = \frac{\sin(\omega_1 T)z^{-1}(1 - z^{-1})}{1 - 2\cos(\omega_1 T)z^{-1} + z^{-2}} \quad (3)$$

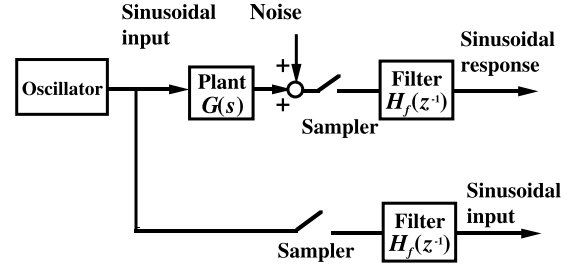


Fig. 3 Conventional input/output data-acquisition with a prefilter

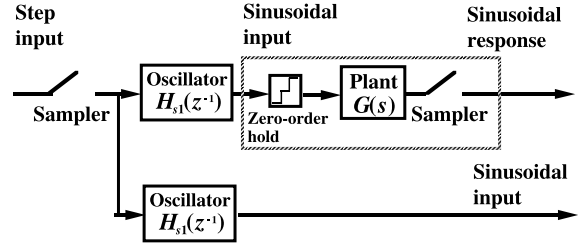


Fig. 4 Conventional input/output data-acquisition by using a digital oscillator

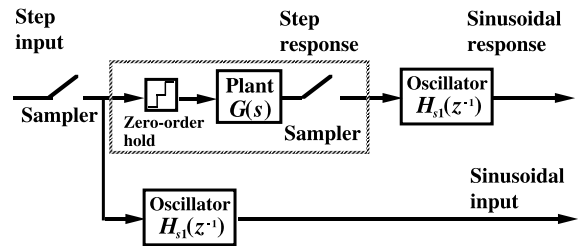


Fig. 5 Proposed input/output data-acquisition

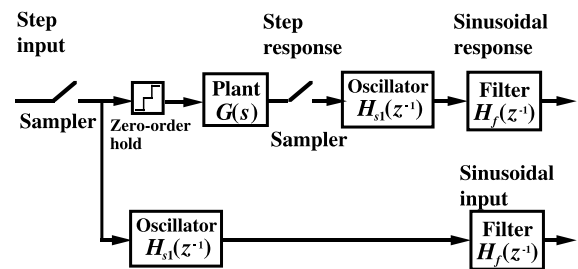


Fig. 6 Proposed input/output data-acquisition with a prefilter

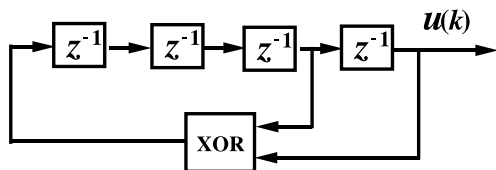


Fig. 7 4bit PRBS oscillator

2.4 PRBS 発振器

ホワイトノイズは、広範な周波数領域でほぼ均一のパワースペクトルを持つため、同定入力に適している。システム同定では M 系列と呼ばれる擬似白色 2 値信号 (Pseudo Random Binary Signal, PRBS) 信号が用いられる。図 7 に示すように M 系列は XOR、遅延素子、フィードバックにより構成される。例えば、4 ビットの M 系列では初期値を {1111} とすると、以下に示す長さ 15 のパターンが得られる。

$$u(n) = \{1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0\} \quad (4)$$

n ビットの M 系列の長さ N は $2^n - 1$ で求められ、遅延素子の遅延時間を T_s とするとその周期は NT_s になる。M 系列を発生するためには、XOR の演算、すなわち、非線形な演算が必要になる。このため、PRBS 発振器の伝達関数を直接定義することができないが、PRBS 発振器の出力をインパルス列 $u(n)$ と考えれば、以下の伝達関数が定義できる。

$$\begin{aligned} H_R(z^{-1}) &= u(0) + u(1)z^{-1} + \dots + u(N-1)z^{-(N-1)} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} u(n)z^{-n} \end{aligned} \quad (5)$$

遅延素子による遅延が T_s の場合、M 系列を持続して発生させるためには NT_s ごとにインパルスを $H_R(z^{-1})$ に入力すればよい。 NT_s ごとのインパルスの伝達関数は

$$\begin{aligned} H_I(z^{-1}) &= 1 + z^{-N} + z^{-2N} + z^{-3N} + \dots \\ &= \frac{1}{1 - z^{-N}} \end{aligned} \quad (6)$$

となる。また、ステップ信号の伝達関数は

$$H_S(z^{-1}) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (7)$$

であるので、式(5)-(7)よりステップ信号をトリガにした PRBS 発振器の伝達関数が求まる。

$$\begin{aligned} H_I(z^{-1}) &= \frac{1 - z^{-1}}{1 - z^{-N}} H_R(z^{-1}) \\ &= \frac{u(0) + u(1)z^{-1} + \dots + u(N-1)z^{-(N-1)}}{1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-(N-1)}} \end{aligned} \quad (8)$$

3. 提案手法の有効性の検証

3.1 最小 2 乗法に基いた ARX モデルの同定

以下の 3 次系について考える。

$$G(s) = \frac{b}{s + a} \frac{b_1 s + b_0}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (9)$$

ここで、 $a = 100, b = 100, \zeta = 0.7, \omega_n = 100 \text{ rad/s}, b_1 = 500$ and $b_0 = 1 \times 10^4$ とすると

$$G(s) = \frac{5.0 \times 10^6 s + 1.0 \times 10^6}{s^3 + 2.4 \times 10^2 s^2 + 2.4 \times 10^4 s + 1.0 \times 10^6} \quad (10)$$

となり、図 8 に示すボード線図が得られる。

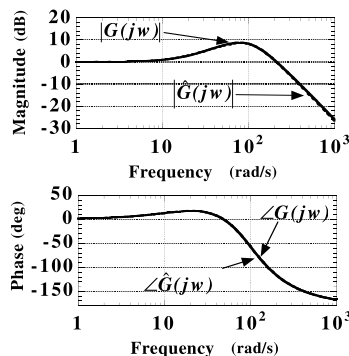


Fig. 8 Bode diagram of a plant

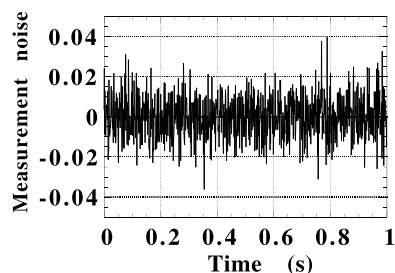


Fig. 9 Measurement noise that imitated by white noise

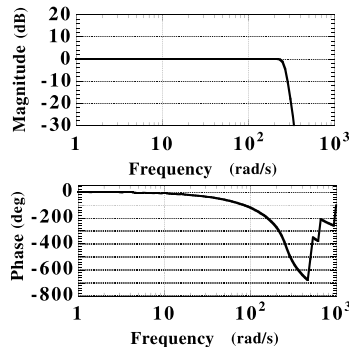


Fig. 10 Bode diagram of the prefilter

3.2 プレフィルターの導入

プラント出力には計測ノイズが混入するため、プレフィルタにより低減する。計測ノイズは Simulink の band-limited white noise ブロックにより発生させる。図 9 にノイズパワー、サンプル時間、シードを、それぞれ、 $1 \times 10^{-8}, 0.001 \text{ s}, 23341$ に設定したときのノイズを示す。高周波のノイズのみを低減するため、10 次のチェビシェフデジタルフィルタ $H_f(z^{-1})$ を導入し、同定対象のバンド幅を考慮してカットオフ周波数を 250 rad/s に設定する。図 10 にフィルタのボード線図を示す。

3.3 有効性の評価手順

3.1 節で述べたように同定対象は ARX モデルで表現し、3 次系とする。同定入力、PE 条件を満たすように正弦波を合成した信号及び PRBS の 2 種類とする。図 4 に示すように、従来手法では合成正弦波、または、PRBS をそれぞれ入力した場合のデータから MATLAB 関数の `arx` を用いて離散時間系のパラメータを推定する。

Table 1 RMSE based on sinusoidal input without a prefilter

	Magnitude (dB)	Phase (deg)
Conventional method	3.0766×10^0	1.4693×10^1
Proposed method	3.4201×10^0	1.0015×10^1

Table 2 RMSE based on PRBS input without a prefilter

	Magnitude (dB)	Phase (deg)
Conventional method	3.0293×10^0	1.4254×10^1
Proposed method	6.7040×10^0	2.8450×10^1

次に、求めたパラメータを MATLAB 関数の *c2d* により連続時間系のパラメータに変換する。最後に、連続時間系におけるボード線図を MATLAB 関数の *bode* により求める。推定したボード線図について 2 乗平均平方根誤差 (Root Mean Square Error, RMSE) を指標として評価する。

$$\Delta|G(j\omega)| = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{100} (|\hat{G}(j\omega_i)| - |G(j\omega_i)|)^2}{100}} \quad (11)$$

$$\Delta\angle G(j\omega) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{100} (\angle\hat{G}(j\omega_i) - \angle G(j\omega_i))^2}{100}} \quad (12)$$

提案手法では、図 6 に示すように、プラント出力の後に正弦波、または、PRBS を発生する発振器を設置し、プラントにはステップ信号を入力する。従来手法と同様にして、得られたデータからボード線図を推定し、RMSE を求める。

3.4 シミュレーションパラメータ

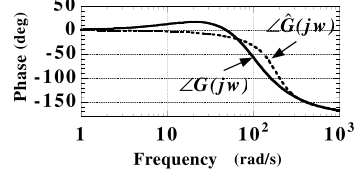
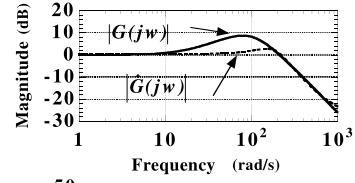
シミュレーションは MATLAB/Simulink を用いて行い、サンプリング周期は 1 ms に設定した。同定対象は 3 次系のため、同定入力に PE 条件を満たすためには、3 個の正弦波を合成する必要がある [5]。ここでは、1 Hz、10 Hz、50 Hz、振幅が 1 の正弦波を合成した。さらに、推定ボード線図を評価する RMSE は、1 rad/s から 1000 rad/s まで対数目盛で等間隔になる 100 点について求める。同様にして、7 ビット PRBS を同定入力とした場合の RMSE を求める。

3.5 プレフィルタなしの場合の同定結果

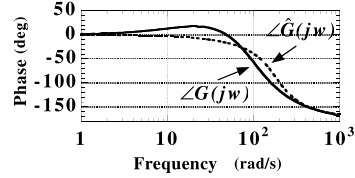
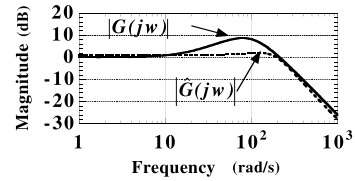
図 11 及び図 12 に、それぞれ、合成正弦波及び PRBS により推定したボード線図 $|\hat{G}(\omega)|$ 、 $\angle\hat{G}(\omega)$ を示す。表 1 及び表 2 にそれぞれの RMSE を示す。合成正弦波の場合、ゲインについては、従来手法の RMSE が小さく、位相については提案手法の RMSE が小さい。しかし、PRBS の場合、ゲイン、位相の両方で提案手法の RMSE が約 2 倍になっている。これは、計測ノイズが挿入した発振器の共振により増幅されたためと考えられる。

3.6 プレフィルタを挿入した場合の同定結果

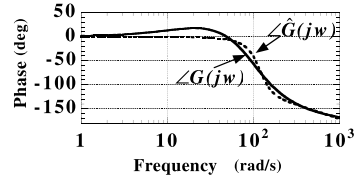
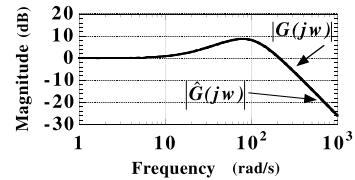
図 13 及び図 14 に、それぞれ、合成正弦波及び PRBS により推定したボード線図 $|\hat{G}(\omega)|$ 、 $\angle\hat{G}(\omega)$ を示す。表 3 及び表 4 にそれぞれの RMSE を示す。両手法とも RMSE がプレフィルタがない場合に比べて減少している。合成正弦波、PRBS の両信号の場合とも、ゲイン及び位相に関して提案手法の RMSE が従来手法のそれらの約 4 倍になっている。



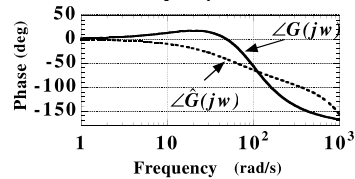
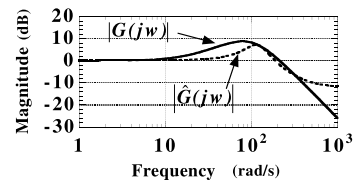
(a) Conventional method



(b) Proposed method

Fig. 11 Estimated Bode diagrams of the plant based on sinusoidal input without a prefilter

(a) Conventional method



(b) Proposed method

Fig. 12 Estimated Bode diagrams of the plant based on PRBS input without a prefilter

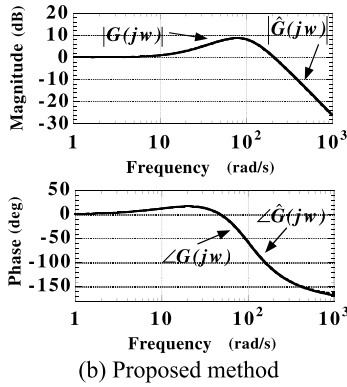
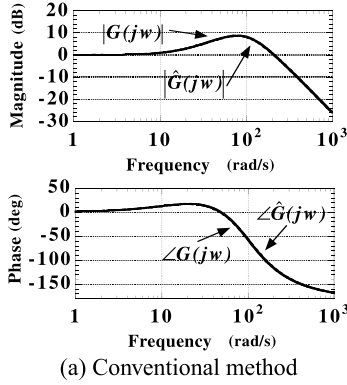


Fig. 13 Estimated Bode diagrams of the plant based on sinusoidal input with a prefilter

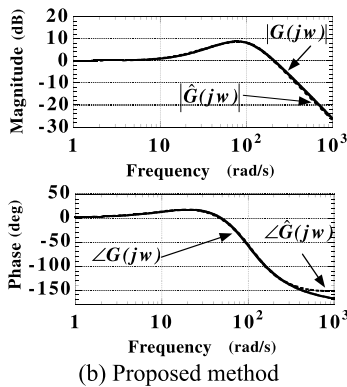
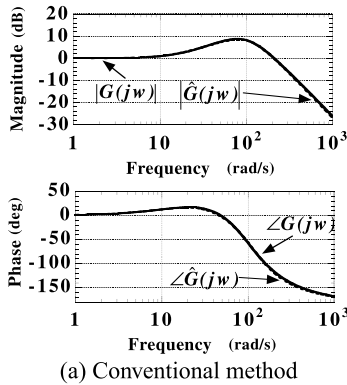


Fig. 14 Estimated Bode diagrams of the plant based on PRBS input with a prefilter

Table 3 RMSE based on sinusoidal input with a prefilter

	Magnitude (dB)	Phase (deg)
Conventional method	6.2220×10^{-2}	3.4642×10^{-1}
Proposed method	2.4157×10^{-1}	1.3731×10^0

Table 4 RMSE based on PRBS input with a prefilter

	Magnitude (dB)	Phase (deg)
Conventional method	7.8484×10^{-2}	7.4458×10^{-1}
Proposed method	3.0047×10^{-1}	3.8797×10^0

4. 結論

筆者らが以前提案したステップ応答のみで高次系のパラメータを推定可能な手法について、ボード線図に関する RMSE を指標として、その有効性を検証した。その結果、提案手法は計測ノイズの影響を受け易く、提案手法の RMSE は、従来手法の RMSE より 4 倍程度大きかった。しかし、ボード線図上ではグラフの太さのため、従来手法と提案手法の RMSE の違いをほとんど識別することができない。システム同定におけるモデル化誤差を考慮すると、実用上十分な推定精度が得られていると考える。従って、提案手法はプロセス制御はじめ種々の制御に有用と考える。

5. 参考文献

- [1] M. Green and J. Moore : Persistence of excitation in linear systems, *Systems & Control Letters*, 7, pp. 351–360, 1986
- [2] I. Mareels, R. Bitmead, and M. Gevers : How exciting can a signal really be?, *Systems & Control Letters*, 8, pp. 197–204, 1987
- [3] N. Shimkin and A. Feuer : Persistency of excitation in continuous-time systems, *Systems & Control Letters*, 9, pp. 225–233, 1987
- [4] 片山 徹 : システム同定入門, 朝倉書店, pp. 39–46, 1994
- [5] 足立 修一 : MATLAB による制御のためのシステム同定, 東京電機大学出版局, pp. 17–32, 1997
- [6] Ljung, L : *System Identification – Theory for the User – Second Edition*, Prentice-Hall, pp. 412–421, 1999
- [7] J. Willems, P. Rapisarda, I. Markovsky et al. : A Note on persistency of excitation, *Systems & Control Letters*, 54, pp. 325–329, 2005
- [8] M. Gevers : A Personal View of the Development of System Identification, *IEEE Control System Magazine*, 26-6, pp.93-105, 2006
- [9] Y. Du, J. Tsai, H. Patil, L. Shieh et al. : Indirect identification of continuous-time delay systems from step responses, *J. Applied Mathematical Modelling*, 35, pp. 594–61, 2011
- [10] T. Liu, Q. Wang, and H. Huang : A tutorial review on process identification from step or relay feedback test, *J. Process control*, 23, pp. 1597–1623, 2013
- [11] T.Aoki and S. Kawata : Proposal of New Data-Acquisition Method Based on Step Response for Parameter Estimation, *Proc. SICE Annual Conference 2016*, pp. 888–891, 2016