

静圧空気軸受の回転誤差 —マルチステップ法の測定精度に関する解析的考察—

Run-out Error of Aero Static Bearing - Analytical Study on Measurement Accuracy of Multi-step Method -

富田 宏貴¹⁾, 小泉 孝一²⁾

Hiroataka Tomita¹⁾, Kouichi Koizumi²⁾

Abstract : In this paper, the measurement accuracy of the run-out error of aero static bearing in the case of using the multi-step method was analyzed. Run-out error of aero static bearing occurs when pressure distribution of air in the bearing clearance becomes unbalance. Run-out error cannot be measured directly, so measure it via the master cylinder installed on the thrust table. Since measurement value include run-out error and profile of master cylinder, it is necessary to separate profile of master cylinder from measurement value. The other hand, measurement value include background noise. To evaluate the run-out error, it is necessary to consider background noise. As the results, multistep method has effect of reducing the background noise in the measurement value when the number of steps is increased, and it is shown to be effective as a measurement method of the run-out error.

Keywords : Aero static bearing, Multi-step method, Run-out error, Background noise, Measurement accuracy

1. 緒言

精密加工機や測定機の回転案内運動機構として用いられる静圧空気軸受には、その性能として高度な「剛性」「負荷容量」「運動精度」が必要となる。「剛性」と「負荷容量」については、これまでに多くの理論的研究と設計法が検討されてきた。その集約ともいえる旧東北学院大学工学部機能知能工学科、十合晋一教授の設計ハンドブック¹⁾は、流体力学の理論に基づく確かな設計法が網羅され、今日の軸受設計の基盤となっている。その他には、難解な数値解析を必要とせず、設計図表から数値を読取ることで軸受に必要な特性値が得られるRPI-MTI (Rensselaer Polytechnic Institute-Mechanical Technology Incorporated) 設計図表がある。これらの設計法では、「剛性」「負荷容量」を高度化する指針は示されているものの、「運動精度」に関する設計指針の確立には至っていない。

運動精度には、軸受部品の加工精度が影響することが経験上知られているが、両者の因果関係を定量的に実証した例は少なく、現場技術者の技能に依存した部品加工が行われているのが現状である。軸受の生産性を高める上でも、必要な運動精度を満足するための合理的な部品設計すなわち精度設計の確立が必要不可欠である。この課題に対して本研究は、軸部品の断面形状と軸受の回転誤差との因果関係について実機を使用した実験と理論的解析から検討し、その関係を定量的に明らかにした²⁾。

研究成果の実用化に向けて、次の取り組みとして軸受性能の高度化と、それに伴う運動精度測定 of 確立を検討する。

静圧空気軸受の運動精度を評価するためには、軸受内で軸が回転運動する際に生じる軸心の振れ回り（以下、回転誤差と称す）を高精度に測定する必要がある。

回転誤差の測定値には、使用機器のノイズや測定室の温度・湿度の変化、床の微振動が誤差として含まれる。また、静圧空気軸受では、軸受隙間内における空気の脈動が微小な回転誤差となって測定値に表れることがある。定量的に捉えることが困難なこれらのノイズ成分は暗振動として測定値に影響を与えるため、暗振動を考慮した測定方法を確立しなければならない。

また、静圧空気軸受の回転誤差は、軸受の構造上から直接測定出来ないため、スラスト板上に仕上げ精度の高い基準物を設置し、基準物の外周を測定することで回転誤差を間接的に取得する方法を取る。この時、測定値には回転誤差と基準物の形状誤差が含まれるため、測定値から形状誤差を分離する必要がある。

形状誤差を分離するための測定法³⁾について本研究室で検討を行った結果、マルチステップ法⁴⁾の有効性を確認している。マルチステップ法は一つの変位計を使用し、基準物の位置決め操作のみで測定値から基準物の形状誤差を分離することが可能であることから、真円度測定機の精度検証にも利用されている⁵⁾。

そこで本報告では、マルチステップ法を用いた場合の回転誤差測定について、与えられた測定環境下における暗振動が及ぼす回転誤差評価への影響を解析的に考察する。

1) 東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科, 医療福祉工学コース 2) 株式会社ナガセインテグレックス

2. 静圧空気軸受における回転誤差の測定

これまで回転誤差と軸部品の因果関係を明らかに出来なかった主な要因は、軸部品の形状誤差と回転誤差が共に微小で且つ同等の大きさであるため、形状誤差が回転誤差に影響したとしても判別が付かず、両者の関係を定量的に結び付けることが出来なかったためである。それに加え、これを実際に確かめるには、一つの軸受を共通にして様々な軸形状を用いた検証実験を実施しなければならず、実験的検証が技術的に困難であった。

そこで本研究では、軸部品の換装が可能な静圧空気軸受の実験機を製作し、独自に考案したリッジ軸を用いて実験的検証を実施した⁷⁾。

図1は本研究の実験機として製作した自成一方式静圧空気軸受である。設計には、MTI設計図表を広範囲の諸条件で実用設計可能にした本研究室作成による設計プログラム⁸⁾を用いている。剛性と負荷容量の設計値は表1の通りである。回転誤差は計算で得られないため、実際に計測して確かめなければならない。

図2にリッジ軸の断面形状を示す。運動精度を特徴的に捉えるため、軸の断面を見たときに $2\mu\text{m}$ の凸形状が等間隔に配置されるように製作している。凸形状となる部分は、軸の円筒面にメッキをマスキング処理で付着し、ラップ加工で仕上げている。実験では凸形状の数が偶数個のリッジ軸と奇数個のリッジ軸を使用し、凸形状の違いによる回転誤差への影響を調べた。

図1に示す軸受構造では、軸部品が軸受内に組み込まれているために回転誤差を直接測定することは出来ない。そこで、真円度測定機の校正用マスタゲージとしてNAMAS (National Measurement Accreditation Service, Great Britain) 検定を受けたテーラーホブソン社製ガラスマスタ (真円度 $0.022\mu\text{m}$) をスラスト板上に設置し、電気マイクロメータ (差動変圧器型、分解能 $0.01\mu\text{m}$ 、超硬測定子 $\phi 3$) でマスタの外周を測定し、実験値とした。

図3にリッジ軸を組み込んだ場合の回転誤差の測定結果を示す。通常の加工軸における回転誤差は $0.1\mu\text{m}$ 以下であるが、リッジ軸では凸形状による軸受隙間の変化により空気の圧力バランスが大きく変動するため、回転誤差が通常の軸よりも大きく発生する。凸形状の位置と空気が噴出す絞りの位置が対向関係にある6リッジ軸では軸受隙間内の圧力が均衡するため回転誤差は低減し、対向関係とはならない7リッジ軸では圧力が不均衡になることで回転誤差が増加する。

図1の装置による実験では測定値にマスタの形状誤差が含まれるが、リッジ軸で発生する回転誤差の大きさに対してマスタの形状誤差は十分に小さいため、回転誤差評価には影響しないものとして扱った。実際の加工軸を用いた場合は回転誤差がナノメートルオーダーになるため、今後の実験では測定値からマスタの形状誤差を分離する必要がある。測定値から基準物の形状誤差を分離するため、本研究ではマルチステップ法を用いる。

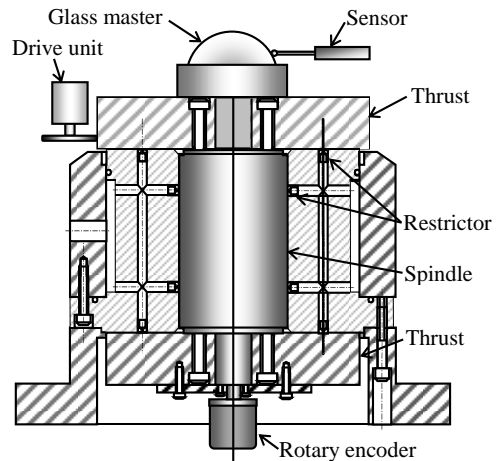
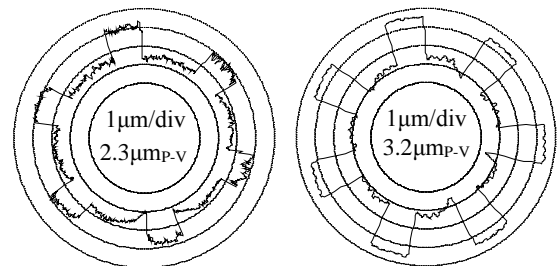


図1 実験機 (静圧空気軸受) の構造

表1 静圧空気軸受の仕様

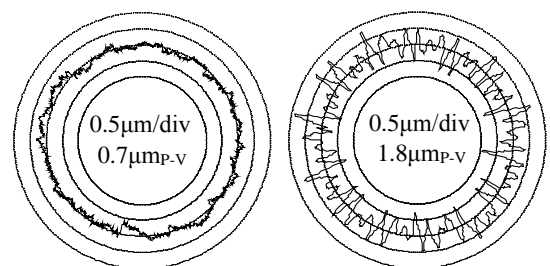
Radial bearing		Thrust bearing	
Number of restrictor	2×12	Number of restrictor	12
Clearance	$10\mu\text{m}$	Clearance	$20\mu\text{m}$
Diameter of restrictor	0.2mm	Diameter of restrictor	0.25mm
Stiffness	309.7N	Stiffness	1862.0N
Load capacity	$77.4\text{N}/\mu\text{m}$	Load capacity	$190\text{N}/\mu\text{m}$



(a) 6リッジ軸

(b) 7リッジ軸

図2 リッジ軸の断面形状



(a) 6リッジ軸

(b) 7リッジ軸

図3 リッジ軸を組み込んだ場合の回転誤差

3. マルチステップ法

マルチステップ法の測定原理は、基準物の角度位相を等角度で位置決めしながら繰り返し測定し、複数の測定値から平均を求めて基準物の形状誤差を数値的にキャンセルすることで回転誤差のみを残す方法である。角度位相は分割数（ステップ数）により決定する。

図4にマルチステップ法の測定原理を模式的に示す。マルチステップ法では、軸受のスラスト板上に基準物を設置し、基準物の角度位相を等角度で変えながら繰り返し測定する。基準物の角度位相が変わることで、基準物の位置と変位計の測定開始位置が相対的に変わる。角度位相 ϕ_k は、一周 360° を $2m$ で等分割した角度となり、次式で表される。

$$\phi_k = \frac{\pi(k-1)}{m} \quad (k=1, \dots, 2m \quad m: \text{整数}) \quad (1)$$

図4(a)では、最初の測定($k=1$)における基準物の位置と測定開始点の位置関係を示す。この時、基準物の中心と軸受の中心は一致させておく。軸受を回転させて、軸受一周分の測定を行う。次の測定操作を図4(b)に示す。基準物を角度位相 ϕ_k だけ移動させてから固定し、同様の測定を行う。

軸受の回転誤差を $E(\theta)$ 、基準物の形状誤差を $F(\theta)$ とすると、両者はそれぞれ始点と終点が一致する周期関数とみなすことが出来るためフーリエ級数を用いて次式で表せる。

$$E(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \{C_n \cos(n\theta) + D_n \sin(n\theta)\} \quad (2)$$

$$F(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \{A_n \cos(n\theta) + B_n \sin(n\theta)\} \quad (3)$$

変位計により得られる測定値 $S_k(\theta)$ は、回転誤差 $E(\theta)$ と基準物の形状誤差 $F(\theta)$ の合計となる。回転誤差 $E(\theta)$ に対して基準物の位置関係は角度位相 ϕ_k により位相が変わることから、 $S_k(\theta)$ は以下となる。

$$S_k(\theta) = E(\theta) + F(\theta - \phi_k) \quad (4)$$

測定は分割数が $2m$ となるまでを行い、 $2m$ 個の測定値 $S_k(\theta)$ の平均値を求めると次式で表せる。

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{2m} S_k(\theta) &= \sum_{k=1}^{2m} E(\theta) + \sum_{k=1}^{2m} F(\theta - \phi_k) \\ &= 2mE(\theta) + \sum_{k=1}^{2m} F(\theta - \phi_k) \end{aligned} \quad (5)$$

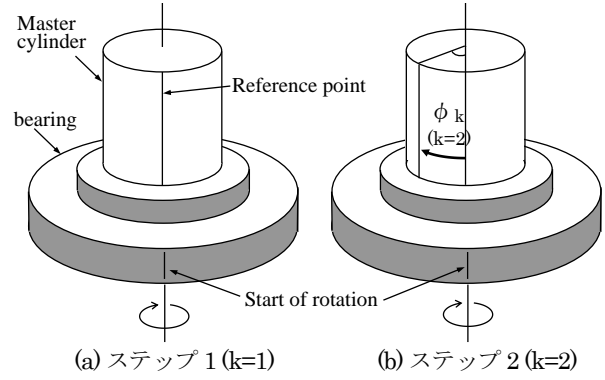


図4 マルチステップ法の測定原理

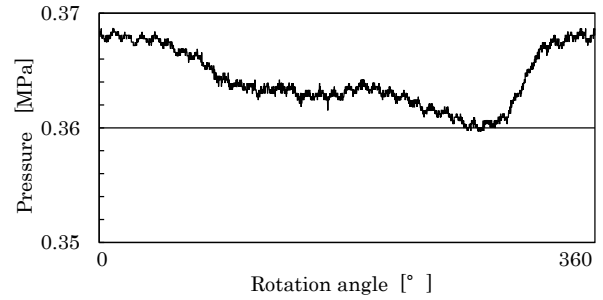


図5 軸受隙間内の圧力分布（供給圧力0.5MPa時）

式(5)から回転誤差 $E(\theta)$ を求めると次式となる。

$$E(\theta) = \frac{1}{2m} \left\{ \sum_{k=1}^{2m} S_k(\theta) - \sum_{k=1}^{2m} F(\theta - \phi_k) \right\} \quad (6)$$

マルチステップ法では式(6)の右辺第2項により、基準物の形状誤差が平均化され数値的にキャンセルとなり、回転誤差 $E(\theta)$ が求められる。

原理的に、分割数を多くして測定すると形状誤差 $F(\theta)$ は小さくなり、回転誤差 $E(\theta)$ の測定精度が向上する。

4. 数値シミュレーションによる解析的検討

回転誤差を測定すると、測定値には軸受の回転誤差の他に、変位計等の電子機器類による測定系ノイズ、温度や湿度の環境変化によるノイズが含まれる。また、静圧空気軸受では、軸受隙間内における空気の脈動が微小な回転誤差となって測定値に表れることがある。

図5は、供給圧力0.5MPa時での軸受隙間内における空気の圧力分布の測定結果を示す。ラジアル側の軸受面において、絞りの位置から20mm離れた位置での円周方向における圧力分布を示している。圧力分布には空気の脈動による微小なノイズや細かなピッチ波形が確認でき、軸受隙間内における僅かな圧力変動が軸の回転運動に影響していると考えられる。

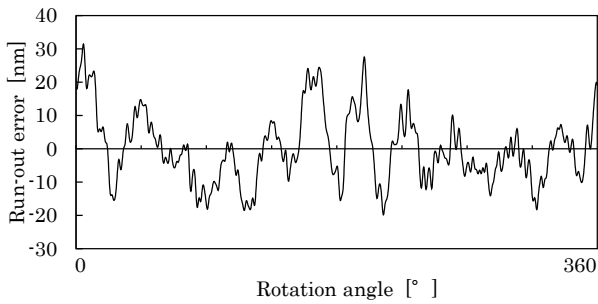


図6 回転誤差の測定値（実測値）

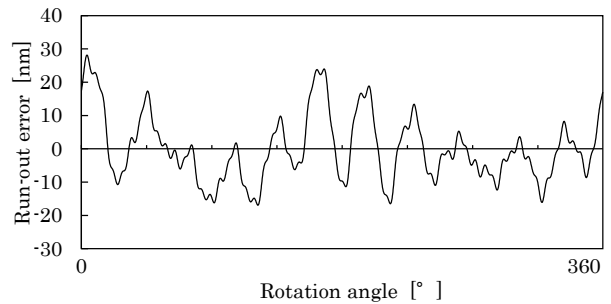


図8 回転誤差のモデル

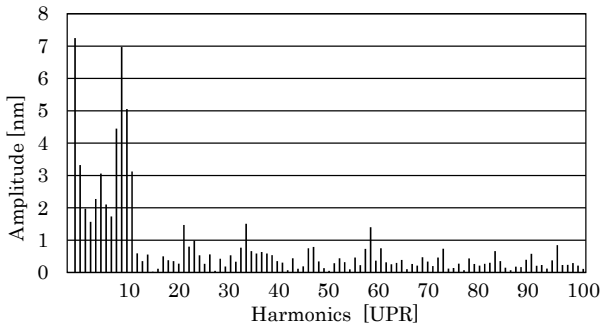


図7 調和解析による回転誤差の分析結果

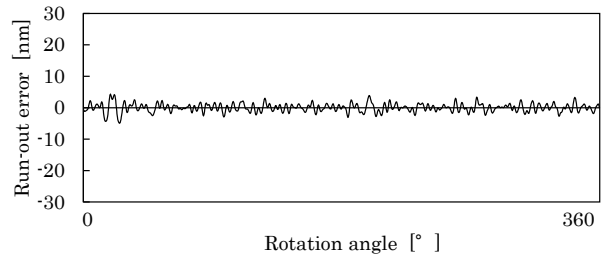


図9 実測値に含まれる暗振動

本来の回転誤差とは関係のないこれらのノイズは、測定値にある一定の割合で含まれるが各々判別することは出来ないため、ここでは一つの暗振動として見なすこととする。

マルチステップ法の分割数による暗振動の推移を調べるため、数値シミュレーションで解析する。

シミュレーションでは、実験から得られた回転誤差の実測値を利用して回転誤差と暗振動のモデルを作成する。

図6は、図1および表1に示す自成一方式静圧空気軸受を用いて測定された回転誤差の実測値を示す。

本研究室では、温度管理された恒温室内で測定を実施している。恒温室は振動を抑える床材で敷き詰められ、床面は絶縁処理が施されている。また、空調から吹き出す空気の流れが変位計に当たると測定誤差を生じるため、実験装置はサーマルチャンバー内に設置している。

使用した変位計の出力値は $\pm 10V/\pm 25\mu m$ （フルスケール）、AD変換器の分解能は16-bitであることから0.3nmの量子化誤差が測定値に含まれる。量子化誤差についてはJIS（真円度測定機）⁹を参考に50山（UPR）のガウシアンフィルタでノイズ除去している。ガウシアンフィルタの適用については本研究室で行った検証により、フィルタ条件の確立とその有効性が確認されている¹⁰。回転誤差の評価についてはガウシアンフィルタの適用を前提条件とし、測定系ノイズは暗振動の評価対象には含まないものとする。

サンプリング数は、軸受に取り付けたロータリーエンコーダ（2048/rev）により、一周分の回転誤差は2048点のデータで構成している。軸受の回転数3rpmに対し、変位計の応答周波数は40kHz、AD変換器のサンプリングレートは2 μsec あるため、データ1点当たりの時間分解能は十分な速度となっている。

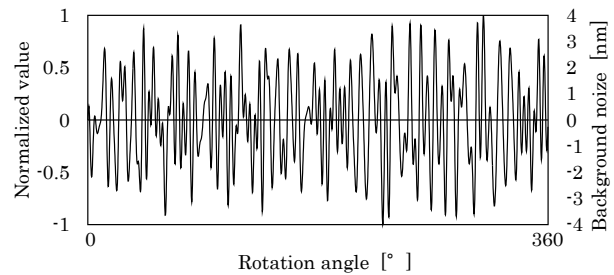


図10 暗振動のモデル

測定値に含まれる回転誤差と暗振動について、調和解析を用いて成分分析した。図7に調和解析で得られた100山成分までのスペクトラムを示す。

同じ条件で複数回測定した回転誤差の実測値から調和解析結果を比較すると、スペクトラムの傾向が一致する山数成分と一致しない山数成分に分けられる。傾向が一致する山数成分は繰り返し性のある回転運動が行われたことを指すことから本来の回転誤差とし、スペクトラムの傾向にばらつきのあった0.5nm以下の山数成分は暗振動として振り分けた。

図8は、図7の結果から回転誤差となる山数成分のスペクトラムだけを残し、逆フーリエ変換により作成した回転誤差を示す。これを回転誤差のモデル波形とした。

図9は、暗振動と見なした山数成分のスペクトラムのみで生成した暗振動を示す。図9について標準偏差を計算すると $\pm 0.5nm$ となり、最大振幅値は $\pm 4nm$ であった。図9の標準偏差と最大振幅値を用いて乱数計算した数値を暗振動の振幅値として与え、フーリエ級数を用いて暗振動のモデルを作成した。

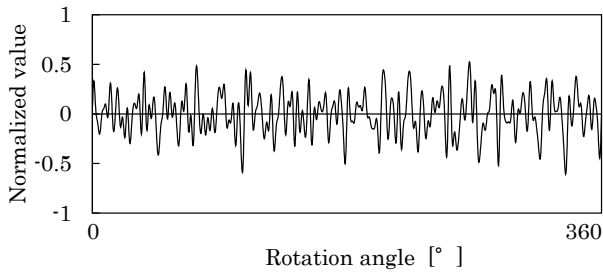


図 11 分割数 4 で得られた暗振動 ($\phi_k=90^\circ$)

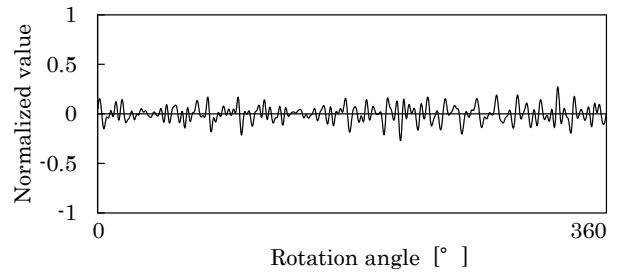


図 16 分割数 24 で得られた暗振動 ($\phi_k=15^\circ$)

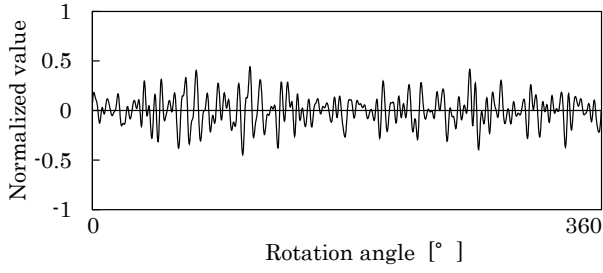


図 12 分割数 8 で得られた暗振動 ($\phi_k=45^\circ$)

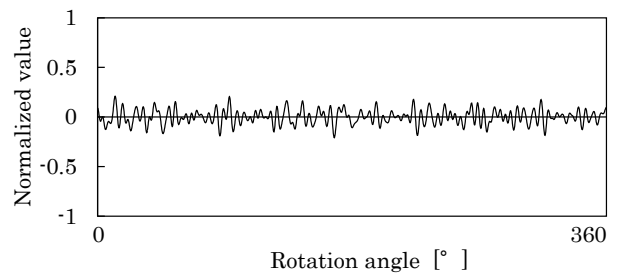


図 17 分割数 28 で得られた暗振動 ($\phi_k=12.85^\circ$)

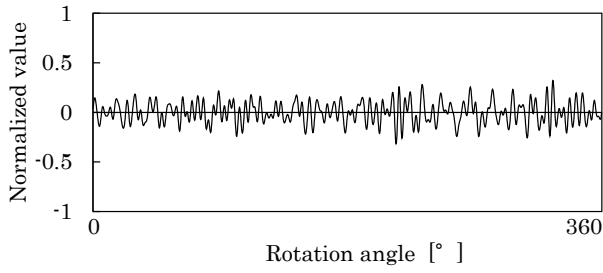


図 13 分割数 12 で得られた暗振動 ($\phi_k=30^\circ$)

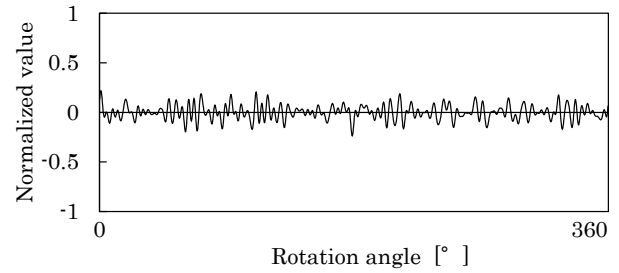


図 18 分割数 32 で得られた暗振動 ($\phi_k=11.25^\circ$)

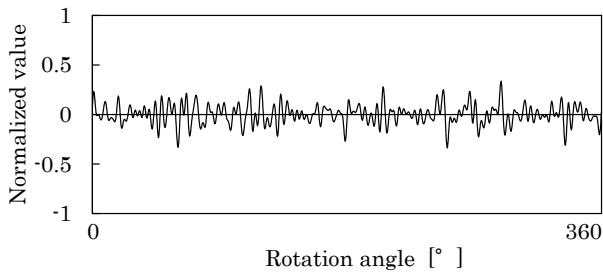


図 14 分割数 16 で得られた暗振動 ($\phi_k=22.5^\circ$)

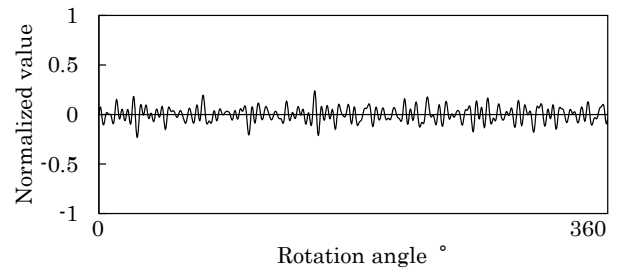


図 19 分割数 36 で得られた暗振動 ($\phi_k=10^\circ$)

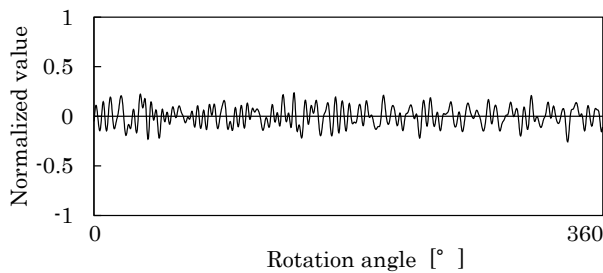


図 15 分割数 20 で得られた暗振動 ($\phi_k=18^\circ$)

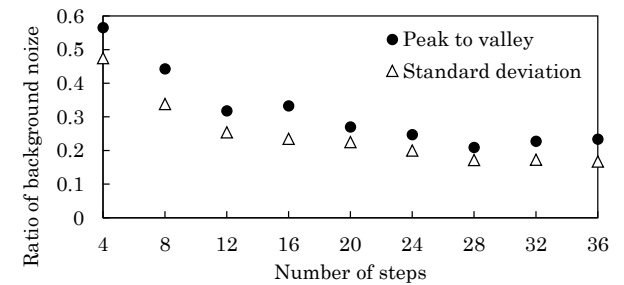


図 20 分割数に対する暗振動の低減比率
(振幅比と標準偏差比)

図 10 に作成した暗振動のモデルを示す。この暗振動モデルと図 8 の回転誤差モデルを加えたものを測定値 $S_k(\theta)$ とした。各測定値に含まれる暗振動のモデルは、乱数により振幅値が全て異なる波形を使用した。

測定値に含まれる暗振動の振幅 P_V 値 (Peak to Valley) を 1 として正規化し、マルチステップ法を行った後の暗振動との比率を分割数毎に求め、分割数との関係性を調べた。

シミュレーションでは分割数 4 を基準に、4 の倍数を取りながら 36 分割まで計算した。なお、シミュレーションでは暗振動の影響のみを解析するため基準物の形状誤差は 0 とした。実際の測定では基準物の角度位相 ϕ_k を設定する際に角度誤差が生じる可能性があり、分割数によっては測定値に影響することを示したが¹⁰⁾、ここでの解析では測定値に基準物の形状誤差は含まないため、基準物の角度誤差による影響は生じないものとする。

5. 結果と考察

図 11 から図 19 にシミュレーションで得られた各分割数における暗振動を示す。式(6)により求めた計算結果から、図 8 の回転誤差を差し引いたものが暗振動となる。また、暗振動の数値は全て図 10 を基準として正規化している。

分割数が多くなるにしたがって、暗振動の振幅が徐々に低減していることが分かる。分割数が増えると、式(6)における平均値の計算で母数 m が増えるため、振幅値が平均化されることで暗振動が低減する。

図 20 は、測定値に含まれる暗振動の P_V 値および標準偏差を 1 とし、マルチステップ法の各分割数における暗振動の P_V 値と標準偏差を比率で示したものである。

分割数の増加に対して暗振動は低減するが、分割数 24 以上になると数値的にほぼ変わらない結果となった。

分割数 4 ($\phi_k=90^\circ$) では暗振動の P_V 値が 57%に低減され、分割数が 20 以上になると 20%台にまで低減された。

図 10 に示す暗振動の P_V 値が 8nm であるから、分割数 20 以上では暗振動が 1.6nm まで低減されたことに相当する。

また、分割数を増加すると標準偏差も低減されることが確認された。

マルチステップ法を実際に実施する場合、分割数を増やすと測定に要する時間も増加するため、分割数の決定は作業効率との兼ね合いを考慮する必要がある。また、基準物の角度位相 ϕ_k を設定する際に角度誤差が生じる可能性があり、分割数を増やすと角度誤差が累積することで測定値に影響を与えることにも留意する必要がある。

6. 結言

静圧空気軸受の回転誤差測定にマルチステップ法を用いる場合において、暗振動による影響を解析的に検討した。

回転誤差の実験値から解析モデルを作成し、マルチステップ法における分割数 $2m$ を 4 の倍数で 4 から 36 までについて解析した。

分割数を増やすと平均化効果が高まることにより暗振動の振幅値が低減し、分割数を 20 以上にすると低減率が約 20%にまで低減した。これは、暗振動が 1.6nm まで低減されたことに相当する。マルチステップ法は分割数を多くすることで、測定系の限界値を上回る精度で回転誤差を測定することが可能であると言える。

測定点数を 2048 点とした今回の解析結果によれば、分割数の増分値に対する暗振動の低減率は分割数 24 以上ではほぼ一定となるため、それ以上に分割数を増やしても低減効果は得られない。測定点数の違いによる影響については今後検討する必要がある。

実際にマルチステップ法を実施する際は、測定時間との兼ね合いから分割数 24 で実施することが一つの目安となる。

謝辞

本研究に用いた実験用静圧空気軸受の製作にご協力頂いた株式会社三鷹精工 代表取締役社長 山下弘洋氏に感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 十合晋一：気体軸受，pp.52-60，1985，共立出版。
- [2] 富田宏貴：静圧空気軸受の回転誤差に関する研究，博士論文，2010。
- [3] 鴻巣健治，小野寺勝博，富田宏貴，佐藤健吉：円形状の機上測定システム，日本機械学会論文集 C，pp.64-617，1998。
- [4] 富田宏貴，小泉孝一：静圧空気軸受における運動誤差の評価と測定，東京都立航空工業高等専門学校平成 12 年度研究紀要，38，pp.49-53，2000。
- [5] 塚田忠夫，金田 徹，笹島和幸，周 文豪：円筒形状測定における系統的誤差の補正とその評価，設計製図，23-9，pp.291-296，1988。
- [6] 佐藤 浩志：真円度測定におけるマルチステップ数に依存する不確かさ推定，第 54 回自動制御連合講演会，pp.1642-1645，2011。
- [7] 富田 宏貴，高橋 正明，小泉 孝一：静圧空気軸受の回転誤差に関する研究—軸の半径方向における形状誤差に着目した回転誤差の解析—，精密工学会誌，75-4，pp.525-529，2009。
- [8] 小泉 孝一：パソコンによる静圧空気軸受システムの設計，東京都立航空工業高等専門学校研究紀要，24 号，1986。
- [9] 真円度測定機，日本規格協会 B 7451，pp.4-6，1997。
- [10] 富田宏貴：精密測定におけるガウシアンフィルタの適用—真円度測定機の場合について—，東京都立航空工業高等専門学校研究紀要，41 号，2003。
- [11] 井上和也，川口遼祐，富田宏貴，山下弘洋：静圧空気軸受の回転誤差—マルチステップ法の分割数による誤差への影響—，第 35 回数理学講演会，2015。