都立高専入学生の数学学力調査について V

久保田 耕司 1)

A Report on the Mathematical Achievement Test at Tokyo Metropolitan College of Industrial Technology V

Kōji KUBOTA 1)

1．はじめに

東京都立工業高専数学科では，1995年度より４学科５クラスの約200名の1年生に対して基礎学力調査を行い，産業技術高専となった2006年度もこの基礎学力調査を継続して行った．ただし，産業技術高専は品川キャンパスと荒川キャンパスの２つのキャンパスからなり，今回の2006年度の結果は，品川キャンパスに所属する１年生４クラス164名を対象としたものである．

この学力調査は，入学生が高専の数学を学ぶために必要となる数学の基礎学力を備えて入学しているかを調べると同時に，得られた結果をもとに入学生に適したカリキュラムおよび教授法による授業を行うことを目的としている．試験問題の作成，採点と分析は筆者が行い，試験の実施は，数学の授業担当が年度の最初の授業において授業のガイダンスを行った後に30分程度の時間をとって行っている．学生には試験の実施については事前に全く知らせていない．

学生の学力調査データとしては，入学学力検査の結果もあり，これについても調査し，データの蓄積を行っている．しかし，学力検査問題は，学習指導要領の範囲内という条件，過年度と同じ問題を出題することが困難であることなど問題の作成に厳しい条件があるため，より自由な観点から学生の学力を調査するために，このような試験を実施することになった．今回述べる結果は，このような観点から継続して調査を行ってきたことによって得られたものである．

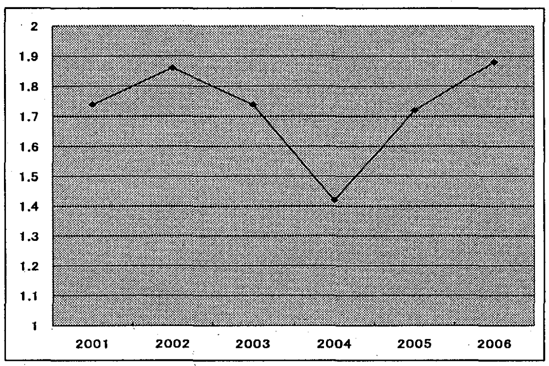
1998年度に中学校学習指導要領が改訂され，2003年度より，新導要領に完全移行した学生が入学してきた．この入学生に対する基礎学力調査の結果については[6]，[7]などにおいて報告を行った．この大きな変化の一つとして新教育指導要領では解の公式は扱わないことがあげられる．完全移行後は，解の公式を用いるタイプの二次方程式の正答率は年度を追って次第に減少している．今回の報告での一つの着目点は，このような連続的な変化が一定のところに落ち着きつつあるのかということにある．また，その解法にも変化が見られており，この変化についても調査している．

2006年度より都立工業高等専門学校と都立航空工業高等専門学校が都立産業技術高等専門学校として統合再編されることになった．入学学力検査と専門課程の選択については，ものづくり工学科１学科として入学し，その後８つのコースに分かれることになった．このような変更があったために入学者の学力が変化することも予想される．第二の着目点は，これによって入学生の数学に関する学力にどのような変化が見られるかという点にある．

表1　受検倍率の変化

年度	2001	2002	2003	2004	2005	2006
倍率	1.74	1.86	1.74	1.42	1.72	1.83

図1　受検倍率の変化



1)　都立産業技術高専　ものづくり工学科

入学生の基礎学力は，入学時の受検倍率の影響を受けることが考えられる．その受検の倍率を表1に示した．2005年度までは，学科毎の募集であり，学科によって倍率および学力調査の結果は異なるが，煩雑になるので，ここでは大きな変動の有無をみる指標として，全体の倍率のみをあげた．倍率のみから予想すれば，今年度の調査の点数は新教育課程になった過去3年よりも良くなることを期待することができる．次節でこの試験の結果の概要を示す．

2．試験問題と結果の概要

試験の問題は，過年度との比較のためほぼ同じ問題としているが，今回比較の対象とする2001年から2006年においては2，3の問題について多少の入れ替えを行っている．以下に2006年度問題を示す．

2006年度問題

1．次の式を計算せよ．

(1) $\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$

(2) $\frac{5}{12}\div\frac{3}{4}$

(3) $(-3)^3+(-2)^2$

(4) $\frac{1}{3}+\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

(5) $\sqrt{8}-\frac{4}{\sqrt{2}}$

(6) $4\sqrt{3}-(\sqrt{6}-\sqrt{2})\sqrt{8}$

2. 次の式を簡単にせよ．

(1) $(3x-y)^2-(y^2-x^2)+6xy$

(2) $\frac{x+y}{2}-\frac{3x-2y}{5}$

3．次の式を因数分解せよ．

(1) $(x+3)^2-(x+3)-20$

(2) $x^2-5xy-6y^2$

4．次の方程式を解け．

(1) $15x+5=4(3x-4)$

(2) $\frac{x-2}{3}-\frac{1-2x}{2}=1$

(3) $2x^2+6x=x^2+4x+15$

(4) $(x+2)^2-3=6-2(x+2)^2$

(5) $x^2-5x+3=2-x^2$

(6) $x^2+3x=x+2$

5．次の不等式を解け．

(1) $3(1-x)>x+15$

(2) $\frac{x+2}{3}-\frac{2x-1}{4}\geqq 1$

6. 下の座標に$y=2x^2$のグラフを実線で，$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフを点線でかけ．

7．下の座標に$y=-\frac{1}{x}$のグラフをかけ．

8. 連立方程式 $\begin{cases}3x-y=9\\2x+3y=-5\end{cases}$ を解け．

9．$y=2x^2$と$y=-4x+6$の交点の座標を求めよ．

10．「不等号」を用いて，次の①，②の文章を数式で表せ．

① 未知数xの2乗に3を加えると，9より小さい．

② 未知数xと1の和を3乗したものは27より大きくない．

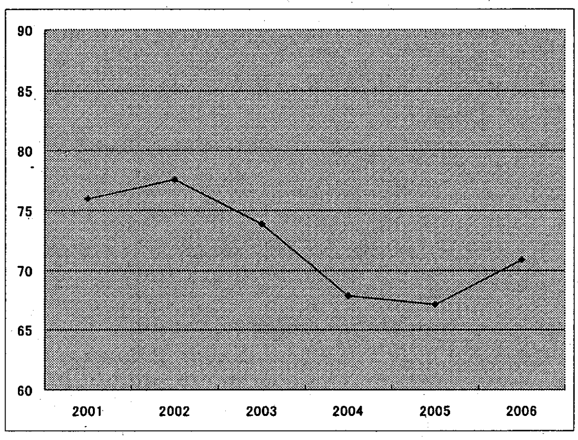
11．2つの直線 $y=2x-5, y=-2x+7$ の交点と点(4, 7)を通るような直線の式を求めよ．

採点は1題4点とし，100点満点とした．この試験の平均点の変化を表2に示した．図2はこれをグラフにしたものである．

表2　試験の平均点

年度	2001	2002	2003	2004	2005	2006
平均点	76.0	77.6	73.9	67.8	67.1	70.9

図2　試験の平均点



このグラフから2003年度の新教育課程の入学生から試験の平均点が落ちてきていることがわかる．これは新教育課程に移行したことにより，中学校で一次不等式，解の公式などを学ぶことがなくなったが，試験問題は過年度との比較を行うために大きな変更を加えていないことによる．2003年度以降も平均点が下がっているが，

・新教育課程が浸透することにより中学の学習範囲をこえた一次不等式の問題などに白紙解答する学生が増えたこと
・受検倍率が下がることにより，本校を受験する学生の学力のレベルが多少低下してきたこと

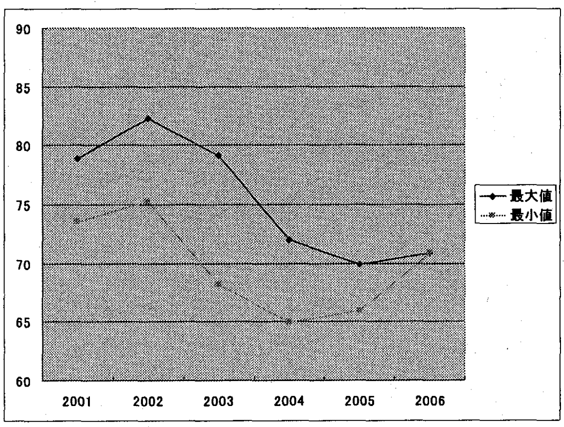
の二つが原因と思われる．新たに産業技術高専の「ものづくり工学科」となったことによる受検倍率の上昇により，2006年度の入学生の平均点も多少回復の傾向にあることがうかがえる．

2005年度までは4学科毎の募集であり，このため学科により最大10点程度の差がある．従来の4学科と新しいものづくり工学科の入学生の学力を比較するという意味で，2001年から2005年度までの4学科の平均点の中で最高の値「最大値」と最低の値「最小値」と2006年度ものづくり工学科の平均点と比較してみたものが表3である．図3は，これをグラフで表したものである．

表3　4学科の平均点の最大値，最小値

年度	2001	2002	2003	2004	2005	2006
最高平均点	78.9	82.3	79.1	72.0	69.9	70.9
最低平均点	73.5	75.3	68.2	65.0	65.8	

図3　4学科の平均点の最大値，最小値



このグラフから，新高専になることによって学年全体の数学の基礎学力が昨年度および一昨年の4学科のうちの上位の学科と同レベルまで上昇したと見ることができる．即ち，授業の内容もそれに準じた進度で進めてもよいのではないかと推測することができる．次に，問題毎に正答率の変動を見ていくことにする．

3．数の計算と式の計算について

問題1と問題2は数の計算と式の計算である．これらは基礎的な問題であり，これらの正答率に明かな変化が見られた場合には，本校における数学の教育課程を変更することが必要になるものと考えている．表4に問題1と問題2の正答率を示したが，今年度の結果は，過年度と比べて大きな変化は見られない．

指数の計算は中学の指導要領に含まれているが，教科書の問題を実際に調べてみると，

$(ab^2)^2\times(a^2b)$ 程度の計算はでているが，

$(a^2b^3)^3\times(a^4b^5)^2$

のように指数の数が大きくなるものは演習問題として出題されていない．高専では指数の数の大きさは考慮せず，中学校で当然学んできたものとして授業をしている．今後，このような問題も出題することにより，どの程度の差が出るか調査する必要があると考える．

表4　問題1と問題2の正答率(%)

年度		2001	2002	2003	2004	2005	2006
1	1	95.7	96.6	95.6	95.7	98.1	99.4
	2	92.8	95.7	94.6	94.7	95.2	95.7
	3	89.4	88.0	89.2	86.0	86.6	82.1
	4	86.0	86.1	88.7	85.0	85.2	88.9
	5	90.3	93.3	96.6	90.8	91.4	96.9
	6	84.5	79.3	85.2	79.2	75.6	79.0
2	1	72.9	79.3	67.5	72.9	80.4	83.3
	2	76.3	78.4	76.8	77.3	80.4	80.9

4．因数分解

問題3は因数分解の問題である．この正答率を表5に示した．

表5　問題3(因数分解)の正答率(%)

年度		2001	2002	2003	2004	2005	2006
3	1	85.5	86.5	84.2	80.7	88.5	92.0
	2	68.6	63.0	67.5	68.6	71.8	88.3

中学では，

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

の形の因数分解まで学ぶことになっている．(1)の問題は$x+3$が一つのまとまりとなっていること，(2)の問題は2つの文字xとyを含むものであることにおいて，中学校の指導要領を多少超える問題となっている．(1)の問題を展開したもの，(2)の問題で文字yがないものは，ともに同レベルの中学で学ぶ範囲の因数分解の問題となる．(2)の問題の採点では，因数分解の数値は正しく答えられているが，解答で文字yがない場合には不正解としているので，すべての年度において(1)の正答率が(2)より高くなっている．

2005年度までは(2)の正答率の変動が数%の幅であるが，2006年度はかなり上昇している．これは，ものづくり工学科1学科で入学した後に，2年生で学生の希望と1年次の成績によってコース分けされることにより，入学後のこ

のような調査のためのテストにおいても注意深く答案を書く学生が増えたことによるのではないかと思われる．

(1)については，全体の正答率の変化の他にどのようにして解いたかという解き方にも着目が必要である．この解き方を調査したものが表6である．「まとめて計算」というのは$x+3$を一つの文字X等で置き換えて計算したと見られるもの，「展開」とはいずれかの段階で式を展開した後に因数分解したと見られる答案の割合を示している．この分類は答えが正しいか否かではなく，答案からどちらで解こうとしたかを調べたもので，正答率とは直接の関係をもたない．

表6　問題3(1)におけるまとめ方の分類(%)

	2002	2003	2004	2005	2006
まとめて計算	64.4	31.5	24.6	20.6	29.0
展開	32.2	68.0	69.0	75.6	69.8

2003年度より入学した学生の中学校新指導要領では，式の因数分解においては，公式が利用できる程度のものにとどめ，多項式を一つの文字に置き換えての因数分解は取り扱わないものとすることになった．表6はこの事情を非常に明確に表している．指導要領改訂前の入学生は，一つの式をXなどで置き換えた学生が64%，展開してしまった学生が32%であるが，改訂後は解き方の割合が逆転し，その割合は2003年度以降大きな変化は見られない．高専においてはこのような事情を考慮して，演習問題等でもある式を一つの文字で置き換えるいう計算問題を意識して多く採用する必要があると考える．

5．二次方程式の解法について

問題4(3)から(6)はいろいろ形を変えて出題した二次方程式の問題であり，その正答率は表7に示す通りである．2002年度は問題4(4)に相当する問題は出題していないので空欄となっている．

表7　二次方程式の正答率(%)

年度		2002	2003	2004	2005	2006
4	3	84.6	91.6	89.6	90.0	92.0
	4	-----	43.3	31.9	24.5	46.3
	5	71.6	44.8	35.7	26.8	34.6
	6	65.4	43.3	35.7	36.4	40.1

二次方程式の解き方は，

① 因数分解によって一次式の積に変形し，「$AB=0$ならば$A=0$または$B=0$」であることを用いる方法

② 等式の変形によって，$X^2=k$の形を導き，平方根の考え方を用いる方法

③ 二次方程式の解の公式を用いる方法

の３通りが考えられる．新指導要領の中学の数学で行っているのは①と②ということになる．

問題４(3)は①の因数分解によって解ける問題であり，難易度としては前の問題３と同程度のはずである．試験の結果もそれを裏付ける同じ程度の正答率となっている．問題４(4)は，$x+3$をまとめてXとして計算すれば$X^2=3$として自然に②の方法に導入され簡単に答えが求められる．しかし，すでに述べたように新指導要領では多項式を１つの文字に置き換えて計算させるという指導を行っていない．このために，2006年の結果では，63.0%の学生が式を展開してしまい，他の二次方程式の問題と同程度の正答率となっている．なお，$x+3$を１つの文字で置き換えて計算した学生の割合は36.4%であり，置き換えた学生と展開した学生の比率は，問題3(1)の結果とほぼ同じである．また，3(1)と4(3)の両方の問題において$x+a$を一つの文字で置き換えて計算した学生の割合は全体の22.8%であり，1/4～1/5の学生については置き換えの計算法が定着していると考えてよい．

問題4(5)，(6)は②か③の方法によるしかない．新指導要領では③の方法は中学校では用いず，②の方法を用いる際には，式変形が容易でないこともあるため，$x^2+4x-7=0$のようにxの一次の項の係数が偶数である簡単なものを取り上げ，「平方の形に変形して解く方法があることを知るにとどめる」ことになっており，学習の目的が解の求め方の習熟ではなく，平方の考え方などの工夫におかれている．このために因数分解によって解けないような二次方程式の正答率は新指導要領になった2003年度の入学生以降大きく下がっている．

2002年以降，解の公式が入学生の知識の中から消滅していくのかどうかを調べるために二次方程式をどのような方法で解いているかを調べたものが表8と表9である．

表8　問題4(5)の解法の分類(%)

	2002	2003	2004	2005	2006
解の公式	88.5	57.6	38.6	32.1	42.6
完全平方式	1.0	6.9	12.6	6.7	7.4
白紙	3.4	8.9	15.9	16.3	6.8

表9　問題4(6)の解法の分類(%)

	2002	2003	2004	2005	2006
解の公式	88.5	50.7	36.2	34.5	40.1
完全平方式	0.5	18.2	24.2	18.2	28.4
白紙	3.9	9.4	12.1	11.5	4.9

問題(5)，(6)ともに解の公式を用いた学生の割合は30%～40%程度でありこれは２つの問題で変わらない．完全平方式で解こうとした学生の割合は，旧教育指導要領の2002年の学生では，ほとんどいなかったのに対して，2003年以

降一定の割合で存在しており，指導要領による教育の成果をみることができる．ただし，指導の内容が「知るにとどめる」ということから，実際に使いこなせている学生は多くはない．表8と表9で完全平方式を利用しようとした学生の割合が異なるのも，(6)の問題では，式を整理すると $x^2+2x-2=0$ と指導要領に示された形になるが，(5)の問題では，式を整理すると $x^2-\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}=0$ となり，完全に逸脱する形になることによる．

高専の数学においては，1年での二次関数だけではなく，3年での積分の計算，4年での応用数学でのラプラス変換など，完全平方式に変形しなければならない場面が多くある．解法の分類において完全平方式が2003年18.2%，2004年が24.2%となりこれが順調に増加してくれれば解の公式を学習してくる以上の効果が期待できたが，4年間のデータを見ると今後これ以上の増加は期待できないと思われる．

6．一次不等式について

一次不等式も中学の学習指導要領から高校の学習指導要領に移行された内容である．この正答率を表10としてあげた．

表10　一次不等式の正答率(%)

年度		2001	2002	2003	2004	2005	2006
5	1	84.1	79.8	66.5	45.4	27.8	34.6
	2	68.6	74.5	51.7	30.0	20.6	27.2

一次不等式の正答率は完全移行後の2003年から次第に下がり始め，昨年度の2005年度から30%程度の正答率で落ち着いてきているように思われる．また，まったく手がでないという白紙答案の割合を表11に示した．

表11　一次不等式の白紙答案の割合(%)

年度		2001	2002	2003	2004	2005	2006
5	1	0.5	1.0	11.8	20.3	26.8	25.9
	2	0.5	1.4	15.8	25.6	34.0	32.7

改訂前には200名の入学生の中で1，2名であった白紙解答も改訂後は次第に増えてきた．本来であれば中学では扱わない内容なので正答率が0に近づき，白紙解答が100%に近づいていくはずであるが，これまでの調査によれば30%程度で落ち着いてきているように見える．これは不等号自体は中学校で導入され，一次方程式の類推から解いている学生もいるためと思われる．今後，不等号に特有の式変形である $-x<a$ から $x>-a$ が導ける学生がどの程度いるかなどについても調査してみたいと考えている．

授業展開を考える上では，指導要領の変更前には70%～80%の学生が解けていた問題が70%程度の学生が解けなくなったことになるわけであり，十分な時間をかけて解説と演習を行うことが必要であるといえる．

7．まとめ

今回の報告においては，2003年度から入学した中学の新指導要領による学生の変化について，4年間の経過をみた．各項で見た正答率の変化をみても，改訂による学力の変化がある程度落ち着き，収束してきていることが納得できる．

2006年度より入学してきた新高専のものづくり工学科の学生は，このテストにおいても比較的に良好な結果を示している．しかし，すでに述べたようないくつかの部分で，旧教育課程によって学んできた現在の5年生が入学時に持っていた学力と比べると不足するものが見られる．今後新高専のカリキュラムを実施していくにあたりこれらについて考慮しつつ，構成していくことが必要であると考えている．

調査の実施については，これまでの調査との継続性を考慮しつつ両キャンパスでの実施を図っていくことが望ましいと考えている．

最後に，調査にあたっては品川キャンパスの数学科の1年授業担当の先生方に試験の実施等でお世話になりました．数学教室の先生方のご協力に感謝致します．

8．参考文献

[1]　中学学習指導要領(平成10年12月)
解説　－数学編－　平成11年９月文部省
大阪書籍株式会社

[2]　都立高専入学生の数学学力調査について
東京都立工業高等専門学校研究報告 第３２号
平成9年3月，p.69-p.73

[3]　都立高専入学生の数学学力調査について Ⅱ
東京都立工業高等専門学校研究報告 第３６号
平成12年3月，p.69-p.72

[4]　都立高専入学生の数学学力調査について Ⅲ
東京都立工業高等専門学校研究報告 第３７号
平成14年3月，p.111-p.116

[5]　都立高専入学生の数学学力調査について Ⅳ
東京都立工業高等専門学校研究報告 第３９号
平成16年3月，p.75-p.80

[6]　新教育課程による入学生の学力調査結果について
高専教育 第２８号 平成１７年３月
p.233-p.236

[7]　新教育指導要領で学習してきた入学生に対する
数学学力調査結果
東京都立工業高等専門学校研究報告 第４０号
平成17年3月，p.91-p.95