

デジタルPID制御によるアンチロックブレーキシステム

– アンチロックブレーキシステムのモデリング –

Antilock Braking System by Using Digital PID Control

– Modeling of Antilock Braking System –

青 木 立¹⁾

Tatsu Aoki¹⁾

Abstract:In order to stop a vehicle suddenly, a tire or a wheel will lock during braking. Since a vehicle slides on a road surface, it takes long time to stop a vehicle. Since a tire cannot transfer lateral traction forces, a vehicle motion becomes unstable and the handling performance becomes low. Thus, antilock braking system(ABS) is used to control the damping force of a brake so that a vehicle can be prevented from locking after brake torque is applied. Though Simulink models on ABS are downloadable from an internet, the detailed description of the dynamic model is left to users. The aim of this paper is to obtain a detailed dynamic model of ABS by using Simulink so that a new control algorithm for ABS can be developed. As an illustration, ABS based on a digital PID control law is considered. Simulation results show that the effectiveness of ABS with PID control is verified, since the stopping distance becomes about 68% in the case of a constant brake force.

Keywords: Antilock Braking System(ABS), Slip ratio, PID, Quarter car model, Digital controller

1. はじめに

車両運転における急ブレーキ操作では、タイヤや車輪がロックして路面やレール上を滑ってしまう。その結果、車両の停止に時間がかかるだけでなく、車両の運動が不安定になり、ハンドル操作が困難になる。タイヤや車輪がロックしてスリップしないようにブレーキの制動力を制御するのがAntilock Braking System(ABS)である。ABSを実現するための手法は種々提案されている [1]。PID 制御、最適制御、適応制御、ロバスト制御、ファジィ制御などが ABS に応用されている。一方、電気自動車 (Electric Vehicle, EV) の普及が今後さらに加速していく状況である。EV に搭載されている電気駆動モータの応答性能は高いため、電磁ブレーキを利用した高性能な ABS が容易に実現可能になってきている。最も簡単な ABS は PID 制御に基づきスリップ率を一定値に保持する手法であり、その有効性が示されている [2][3]。ABS をシミュレートする環境は、Simulink のサンプル例としてインターネット上に公開されている [4]。しかし、このサンプルブロック線図では、タイヤや車輪のダイナミックモデルに関する詳細な記述はユーザーに委ねられている。

そこで、本研究では、ABS の新たな制御手法を考案するため、車両をモデル化し、シミュレーション環境を構築することを目的とする。モデル化された車両に関する ABS の例として、最も基本的なスリップ率に関する PID 制御系を考える。Simulink を用いたシミュレーションを実行し、その有効性を検証する。

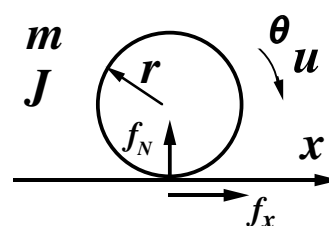


Fig. 1 Quarter car model

2. 車両の数式モデルの導出

ABS 制御系を構築するため、制御対象の数式モデル、すなわち、運動方程式を導出する。図 1 に最も簡単な 1/4 カーモデルを示す。質量 m kg、半径 r m のタイヤが水平面上を回転しながら右方向に進んでいる。タイヤにはブレーキによる制動力、すなわち、回転モーメント u N、水平面からの摩擦力 f_x N、垂直効力 f_N N が作用している。タイヤの重心の位置を x m、その回転位置を θ rad とする。なお、タイヤの回転方向及び回転モーメントの方向は、時計まわりの方向を正とする。タイヤの重心速度 \dot{x} とタイヤの設置面の速度 $r\dot{\theta}$ が異なる場合には、タイヤは水平面に対して滑っている状態となる。そこで、スリップ率 λ を

$$\lambda = \frac{\dot{x} - r\dot{\theta}}{\dot{x}} \quad (1)$$

と定義する。タイヤが滑っている状態 ($\lambda > 0$) と滑っていない状態 ($\lambda = 0$) で運動方程式が異なるのでそれぞれの場合について考える。

1) 東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科 電気電子工学コース

- $\lambda = 0$ の場合

タイヤの水平方向には、ブレーキによる制動力 u 及び水平面からの静止摩擦力 f_x が作用している。静止摩擦力は静止摩擦係数 $\bar{\mu}$ を用いると

$$f_x < \bar{\mu} f_N \quad (2)$$

と表現できる。剛体の運動は重心の並進運動と重心まわりの回転運動で表現されるので、以下の運動方程式が得られる。

$$m\ddot{x} = f_x \quad (3)$$

$$J\ddot{\theta} = u - rf_x \quad (4)$$

スリップ率が 0 のときには

$$\dot{x} - r\dot{\theta} = 0 \quad (5)$$

が成立する。式 (5) を時間で微分すると以下の関係式

$$\ddot{x} = r\ddot{\theta} \quad (6)$$

が得られる。式 (3)、式 (4)、式 (6) より静止摩擦力 f_x が制動力 u の関数として求まる。

$$f_x = \frac{mr}{mr^2 + J} u \quad (7)$$

式 (7) にタイヤの慣性モーメント $mr^2/2$ を代入すると、式 (3) 及び式 (4) から \ddot{x} 及び $\ddot{\theta}$ は以下になる。

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} \frac{2}{3} \frac{u}{r} \quad (8)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J} \frac{1}{3} u \quad (9)$$

式 (8) 及び式 (9) よりタイヤの重心の移動速度 \dot{x} 及び回転速度 $\dot{\theta}$ は $u = 0 \text{ Nm}$ の場合には一定になり、ブレーキによる制動力をかけた場合、すなわち、 $u < 0$ の場合には、両者とも減速していき、最終的に静止することがわかる。

- $\lambda > 0$ の場合

タイヤの水平方向には、ブレーキによる制動力 u 及び水平面からの動摩擦力 f_x が作用している。動摩擦力は動摩擦係数 μ と垂直抗力 $f_N = mg$ より

$$f_x = -\mu mg \quad (10)$$

により表現される。ここで、 g は重力加速度とする。式 (10) に示す動摩擦力を考慮すると以下の運動方程式が得られる。

$$m\ddot{x} = -\mu mg \quad (11)$$

$$J\ddot{\theta} = u + r\mu mg \quad (12)$$

式 (11) 及び式 (12) から \ddot{x} 及び $\ddot{\theta}$ は以下になる。

$$\ddot{x} = -\mu g \quad (13)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J} (u + r\mu mg) \quad (14)$$

式 (13) より重心の速度 \dot{x} は、ブレーキの制動力 u によらず、動摩擦係数 μ のみに依存して減速し、静止する。

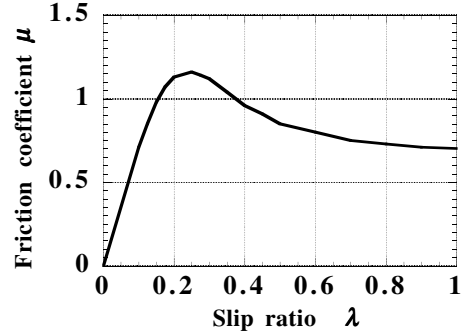


Fig. 2 Dynamic friction coefficient

一方、重心の角速度 $\dot{\theta}$ は、ブレーキの制動力 u が動摩擦力による回転モーメントより大きい場合には減速し、最終的に静止する。ところで、図 2 に示すように動摩擦係数 μ は、スリップ率 λ により変化する [5]。そこで、式 (13) 及び式 (14) は

$$\ddot{x} = -\mu(\lambda) g \quad (15)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J} (u + r\mu(\lambda) mg) \quad (16)$$

と記述される。また、動摩擦力 f_x 及びブレーキの制動力 u は、タイヤの重心速度 \dot{x} 及び回転速度 $\dot{\theta}$ が 0 になると作用しなくなる。これを表現するため、ステップ関数 $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (17)$$

を用いて式 (15) 及び式 (16) を修正する。

$$\ddot{x} = -f(\dot{x}) \mu(\lambda) g \quad (18)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J} (f(\dot{\theta}) u + rf(\dot{x}) \mu(\lambda) mg) \quad (19)$$

式 (18) 及び式 (19) より求めた重心の加速度 \ddot{x} 、角加速度 $\ddot{\theta}$ を積分することにより、速度 \dot{x} 及び角速度 $\dot{\theta}$ が求まる。

$$\dot{x} = \int \ddot{x} dt \quad (20)$$

$$\dot{\theta} = \int \ddot{\theta} dt \quad (21)$$

同様にして、重心の位置 x 、回転位置 θ が求まる。

$$x = \int \dot{x} dt \quad (22)$$

$$\theta = \int \dot{\theta} dt \quad (23)$$

さらに、これらの速度 \dot{x} 及び角速度 $\dot{\theta}$ に基づいて $f(\dot{x})$ 及び $f(\dot{\theta})$ 、スリップ率 λ 、動摩擦係数 $\mu(\lambda)$ を求め、式 (18) 及び式 (19) にフィードバックする。 $f(x)$ 、スリップ率の演算、 λ と μ の関係は非線形のため、式 (18) 及び式 (19) に示す運動方程式は非線形システムになる。

以上より、ABS のシミュレーションでは、タイヤが水平面に対して滑りがなく、定速で並進及び回転している状態を初期状態として、制動トルクを加えた場合、すなわち、式 (18) から式 (23) を演算すればよいことがわかった。

Table 1 Dynamic friction coefficient

λ	μ	λ	μ
0.000	0.00	0.35	1.04
0.100	0.71	0.40	0.96
0.125	0.85	0.45	0.91
0.150	0.98	0.50	0.85
0.175	1.07	0.60	0.80
0.200	1.13	0.70	0.75
0.250	1.16	0.80	0.73
0.275	1.14	0.90	0.71
0.300	1.12	1.00	0.70

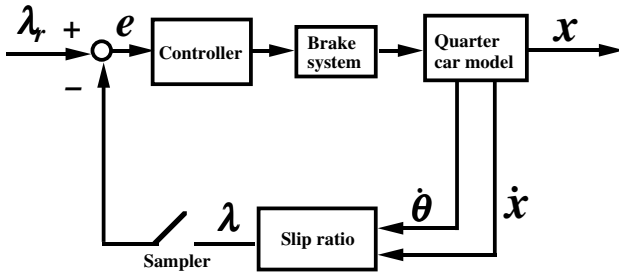


Fig. 3 Antilock Braking System

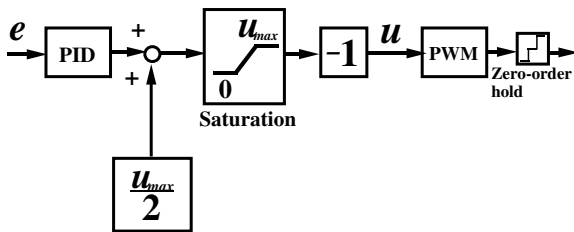


Fig. 4 Digital PID controller

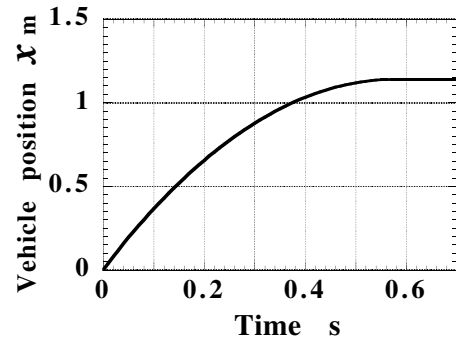
3. シミュレーション結果

3.1 数値計算の安定性化

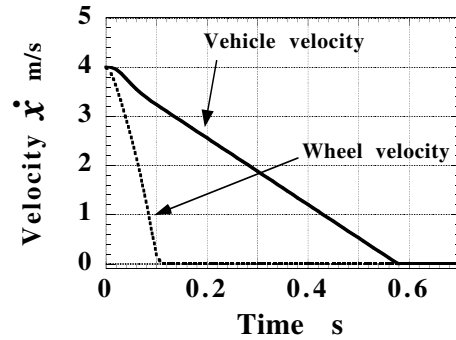
シミュレーションには MATLAB/Simulink を用いた。タイヤの質量 m を 15 kg, 半径 r を 0.2 m とし, サンプリング周期 T は 1 ms に設定した。また, 図 2 に示す動摩擦係数 μ とスリップ率 λ との関係は表 1 に示す点に関して線形近似したテーブルを用いた。代数ループを避けるため, 式 (18), 式 (19) における $f(\dot{x})$, $f(\dot{\theta})$ のフィードバック経路に 0.1 ms の遅延ブロックを挿入した。さらに, 式 (1) に示すスリップ率 λ を求める演算や重心の位置 x , 回転位置 θ を求める積分演算の数値的安定性を向上させるため, 重心位置 x 及び回転位置 θ を求める演算に幅が 0.01 の不感帯を挿入した。図 5 に最大トルク u_{max} を 100 Nm の一定値に設定したときの応答を示す。約 0.1 s でタイヤの回転は停止するが, その後もタイヤは水平面を滑り続け, 0.58 s で停止する。停止するまでの移動距離 x は 1.139 m である。

3.2 PID 制御に基づいた ABS システム

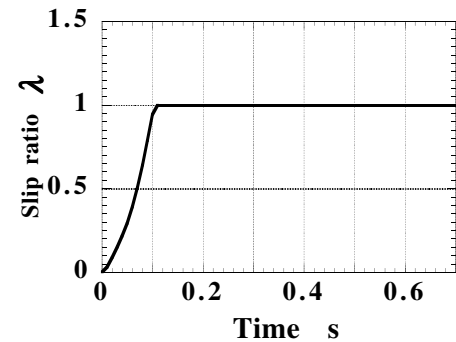
急ブレーキをかけてから車両が停止するまでの距離 x を短くするためには, 式 (18) から動摩擦係数 μ を可能な限り大きくすればよい。そこで, 図 3 に示すように動摩擦係数 μ に関するフィードバック制御系を構成する。図 4 に示す PID コントローラを用いた場合の応答を図 6 から図 8 に示す。



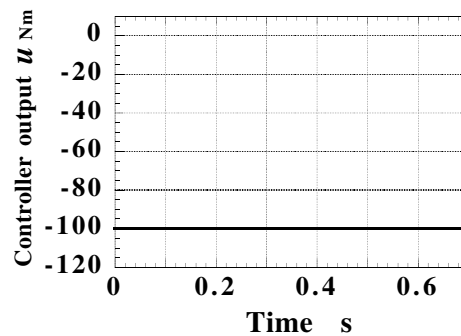
(a) Vehicle position x



(b) Vehicle velocity \dot{x} and wheel velocity $r\dot{\theta}$

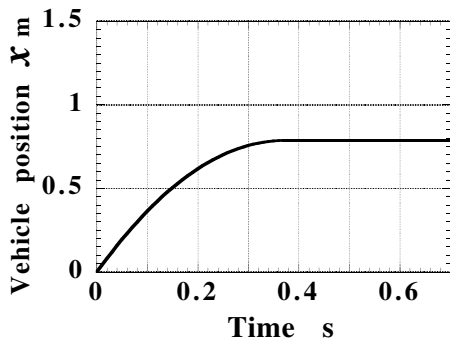


(c) Slip ratio λ

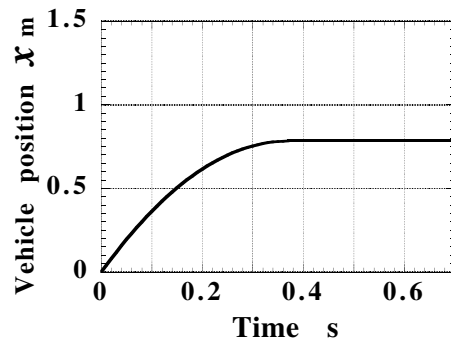


(d) Control signal u

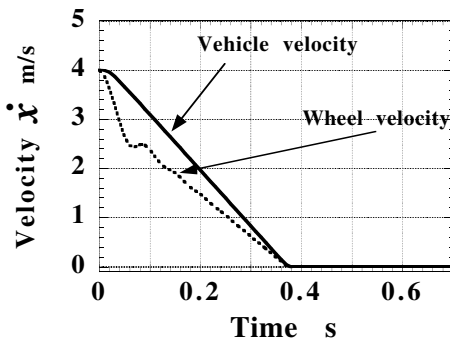
Fig. 5 Response in the case of constant force



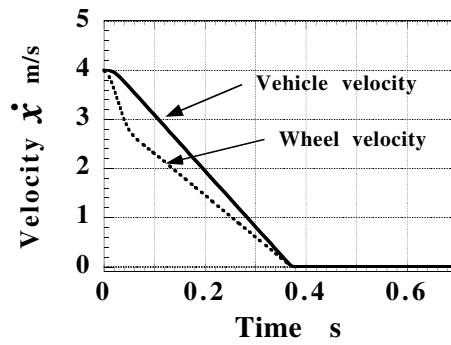
(a) Vehicle position x



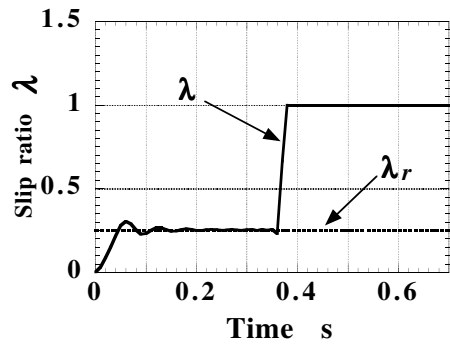
(a) Vehicle position x



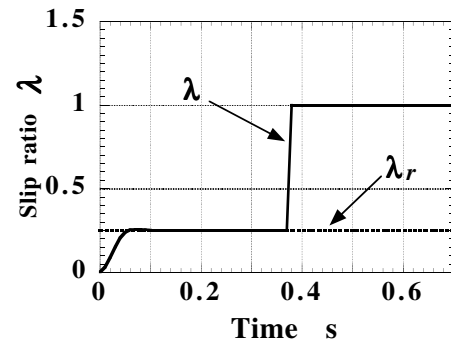
(b) Vehicle velocity \dot{x} and wheel velocity $r\dot{\theta}$



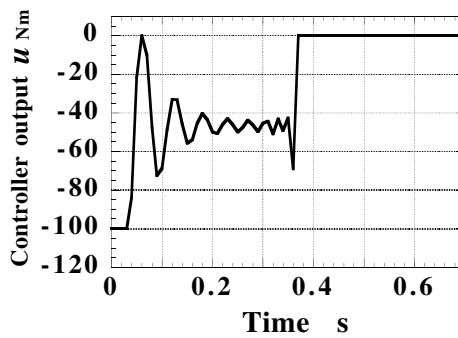
(b) Vehicle velocity \dot{x} and wheel velocity $r\dot{\theta}$



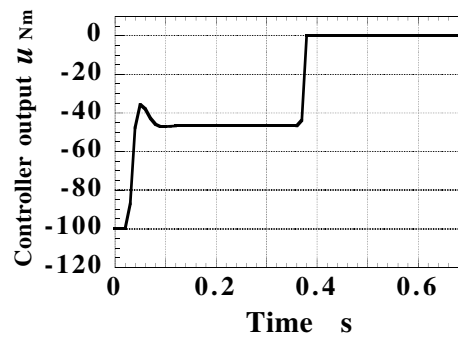
(c) Slip ratio λ



(c) Slip ratio λ



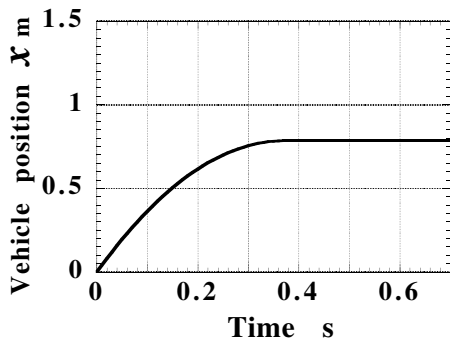
(d) Control signal u



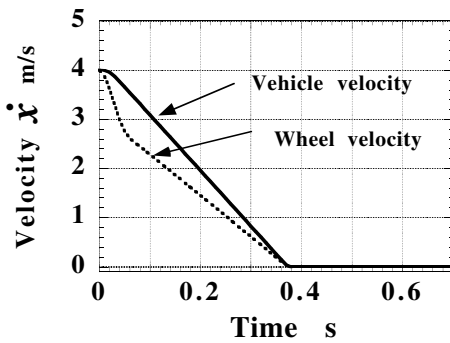
(d) Control signal u

Fig. 6 Response in the case of P controller

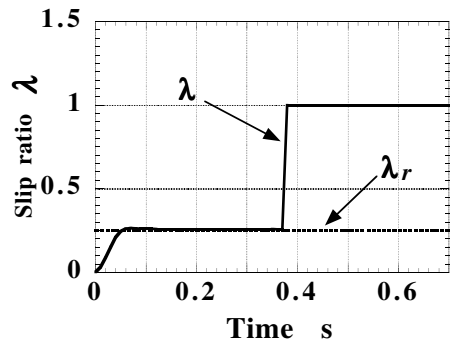
Fig. 7 Response in the case of PD controller



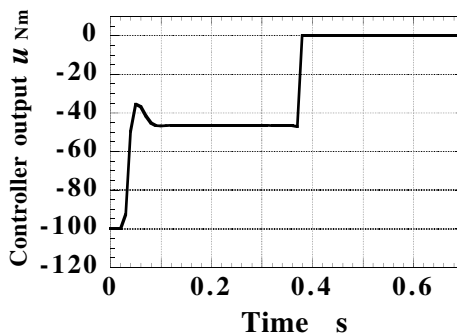
(a) Vehicle position x



(b) Vehicle velocity \dot{x} and wheel velocity $r\dot{\theta}$



(c) Slip ratio λ



(d) Control signal u

Fig. 8 Response in the case of PID controller

Table 2 Comparison of different types of controllers

Controller	Stopping time [s]	Stopping distance [m]
—	0.58	1.139
P	0.38	0.786
PD	0.38	0.782
PID	0.38	0.785

なお、制御量 u は飽和要素を用いてブレーキの発生可能な最大トルク u_{max} 以内に収まるようにし、 $u_{max}/2$ を動作点の中心にする。さらに、1000 Hz の PWM 波に変換し、ブレーキシステムの入力とする。ブレーキシステムは、極が -50 、DC ゲインが 1 の 1 次系とした。式 (24) にデジタル PID 制御則を示す。

$$C(s) = k_p \left(1 + k_d \frac{1 - z^{-1}}{T} + k_i \frac{T z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right) \quad (24)$$

$k_p=1000$, $k_d=0.01$, $k_i=1.0$ とし、サンプリング周期 T は 1 ms に設定した。図 6 に示す P 制御では、スリップ率 λ が目標に対してオーバーシュートしており、制御量 u は振動的になっている。図 7 に示す PD 制御では、微分項の効果でスリップ率 λ に関するオーバーシュート及び制御量 u の振動が消滅している。図 8 に示す PID 制御では、 λ に関して僅かなオーバーシュートが見られるが、PD 制御の応答とほとんど変わらない。これは、スリップ率の目標値 λ_r に関する定常偏差が小さいこと、さらに、積分項の積分時間を 1 s に設定したため、その効果が十分確認できなかったと考える。表 2 に各制御による車両が停止するまでの距離 x と停止するまでに要した時間を示す。P 制御、PD 制御、PID 制御における差異はないが、ABS により、車両が停止するまでの距離 x が制動トルクが一定の場合の約 68% になることがわかった。

4. 結論

ABS の新たな制御手法を考案するため、車両を最も簡単なクォーターモデルとしてモデル化し、Simulink によるシミュレーション環境を構築した。制御例として、スリップ率 λ_r を目標値としたデジタル PID フィードバック制御系を構成した。シミュレーションの結果、車両の停止距離について P 制御、PD 制御、PID 制御について差異はなかった。しかし、ブレーキシステムへの負荷の観点から操作量が振動的ではない PD 制御、PID 制御が優れていることがわかった。

5. 参考文献

- [1] A.A. Aly, E.S. Zeidan, A. Hamed, F. Salem, "An antilock-braking systems (ABS) control:a technical review," Intelligent Control and Automation, 2, pp.186–195, 2011
- [2] C. Jain, R. Abhishek, A. Dixit, "A Linear control technique for anti-Lock braking system," Int. Journal of Engineering Research and Applications, 4-8, pp.104–108, 2014
- [3] P. Rohilla, Jitender, Amit, A. Dhingra "Design and analysis of controller for antilock braking system in matlab/Simulink," Int. Journal of Engineering Research Technology, 5-4, pp.583–589, 2014
- [4] <https://jp.mathworks.com/help/simulink/examples/modeling-an-anti-lock-braking-system.html?requestedDomain=jp.mathworks.com>
- [5] <https://www.weblio.jp/content/%CE%BC%EF%BC%8D%E7%89%B9%E6%80%A7>