

非線形特性をもつ付加構造物系の初通過破壊確率の推定法 (最大応答を用いた簡易推定法)

Estimation Method for First Excursion Probability of Nonlinear Secondary System (Simplified Estimation Method Using Maximum Response)

青木 繁¹⁾

Shigeru AOKI¹⁾

Abstract : The important secondary systems such as pipings, tanks and other mechanical equipment installed in the primary systems such as building should be designed so as to maintain their function even if they are subjected to destructive earthquake excitations. Estimation of reliability of the secondary system subjected to earthquake excitations is important problem for aseismic design. Reliability of such system should be evaluated in probabilistic manner. First excursion failure is one of the most important failure modes of structures and one of a factor of reliability. Many secondary structures have nonlinear characteristics. Hysteresis loop characteristic caused by plastic deformation is one of the most common nonlinear characteristics observed in many systems. The collision and friction characteristics, which are seen in mechanical supports and joints, are other common nonlinear characteristics. In this paper, an estimation method for the first excursion probability of structure with hysteresis loop characteristic, collision characteristic and friction characteristic is proposed. The first excursion probability is the function of many parameters. First excursion probability is obtained by using artificial time histories. It is shown that when the tolerance level is normalized by the expected values of the maximum response of the secondary system, the first excursion probability can be shown independent of many parameters.

Key Words : Reliability, Secondary System, Random Vibration, Hysteresis Loop, Collision, Friction, Maximum Response

1. 緒言

産業施設内の建物などの主構造物系に設置されている重要度の高い機器・配管などの付加構造物系は地震動入力を受けた後もその機能を維持していなければならない。付加構造物系の地震応答は、主構造物系の振動特性によって大きく増幅されることがある。そのために、地震時に破壊が起こらないように設計する必要がある。応答が特定のレベルを超過した瞬間に破壊する初通過破壊はひとつの構造物の重要な破壊様式である。地震動が不規則振動であるために、応答も確率論的な評価が必要であり、破壊が起こる現象も確率論的に評価する必要がある[1]。そのために初通過破壊確率を求める必要がある。

一方で、付加構造物系には種々の非線形特性がみられる。たとえば、応答が降伏応力を超えたためにみられる履歴復元力特性がある[2]。この特性は、破壊が問題となる大きな地震動入力を受け、主構造物系の振動特性によって応答が増幅される場合に想定される。また、支持部や締結部などにみられる衝突および摩擦特性などがある[3][4]。さらに、これらの非線形特性を利用した制振装置や免震装置も開発されている[5]。重要度の高い付加構造物系ではこのような非線形特性も考慮する必要がある。

著者はこれまでに地震動入力を受ける付加構造物系の初通過破壊確率を求める手法を提案し、応答が大きく増幅される付加構造物系と主構造物系の固有周期が一致する条件での初通過破壊確率について論じてきた[6]。前述のような非線形特性を考慮した場合の初通過破壊確率についてもその特徴を明らかにした[7]-[9]。この中で、破壊レベルを非線形特性のない付加構造物系の最大応答で無次元化すると、固有周期によらずに初通過破壊確率を推定することができることを明らかにしてきた[7]-[9]。一方で、非線形系の最大応答を推定する方法も提案されている[10][11]。破壊レベルを非線形系の最大応答で無次元化することによって、さらに実用的な初通過破壊確率の推定法が得られることが期待される。すでに、摩擦特性を考慮した場合にその可能性について言及した[9]。本報告では、摩擦特性も含めた非線形特性をもつ付加構造物系に同様の考えを応用し、無次元化した破壊レベルで整理すると、非線形系のパラメータによらずに初通過破壊確率を推定することができることを示した。

2. 力学モデルおよび運動方程式

図1(a)に塑性変形を考慮した履歴特性をもつ力学モデル

¹⁾東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科 機械システム工学コース

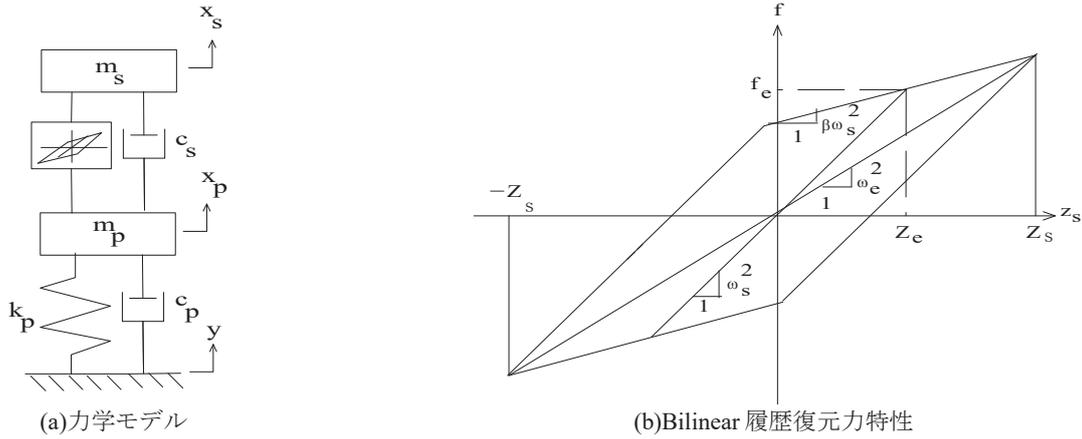


図1 履歴特性をもつ付加構造物系

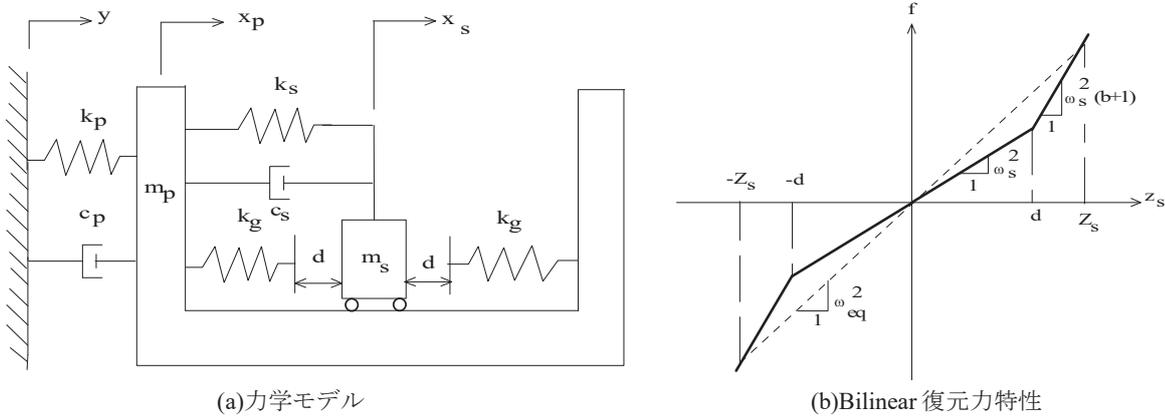


図2 衝突特性をもつ付加構造物系

を示す。図中の m は質量, c は減衰係数, k はばね定数, x は絶対変位を表す。添字 s は付加構造物系, p は主構造物系を表す。 y は地表面の絶対変位を表す。付加構造物系のばねが履歴復元力特性をもつものとした。この復元力を f とすると運動方程式は,

$$\left. \begin{aligned} \ddot{z}_s + 2\zeta_s \omega_s \dot{z}_s + f &= -\ddot{y} - \ddot{z}_p \\ \ddot{z}_p + 2\zeta_p \omega_p \dot{z}_p + \omega_p^2 z_p - \gamma(2\zeta_s \omega_s \dot{z}_s + f) &= -\ddot{y} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで, $\zeta (=c/(2\sqrt{mk}))$ は減衰比, $\omega (= \sqrt{k/m})$ は固有円振動数, $\gamma (=m_s/m_p)$ は付加構造物系と主構造物系の質量比を表す。

図1(b)に本報告で用いた履歴特性を示す。図のようなbilinear履歴復元力特性を用いた。図中の β は降伏後剛性と降伏前剛性の比, Z_e は降伏変位を表す。この場合, 式(1)の f は次式で与えられる。

$$f = \begin{cases} \omega_s^2(z_s - \varepsilon) & : -Z_e \leq z_s - \varepsilon \leq Z_e \\ \beta \omega_s^2(z_s - \varepsilon) & : z_s - \varepsilon > Z_e, \dot{z}_s > 0 \\ -\beta \omega_s^2(z_s - \varepsilon) & : z_s - \varepsilon < -Z_e, \dot{z}_s < 0 \end{cases} \quad (2)$$

ここで, ε は永久変位を表す。

図2(a)に衝突を考慮した場合の力学モデルを示す。図中の k_g は被衝突物のばね定数, d はギャップ幅を示す。運動

方程式は式(1)と同じである。図2(b)に衝突を考慮した場合の復元力を示す。図中の b は被衝突物のばね定数と付加構造物系のばね定数の比を表す。この場合, 式(1)の f は次式で表される。

$$f = \begin{cases} \omega_s^2 d + \omega_s^2(b+1)(z_s - d) & : z_s \geq d \\ \omega_s^2 z_s & : -d \leq z_s \leq d \\ -\omega_s^2 d + \omega_s^2(b+1)(z_s + d) & : z_s \leq -d \end{cases} \quad (3)$$

図3(a)に摩擦を考慮した場合の力学モデルを示す。付加構造物系と主構造物系の間に摩擦があるものとする。この場合の f は次式で表される。

$$f = \omega_s^2 z_s + f_r \frac{\dot{z}_s}{|\dot{z}_s|} \quad (4)$$

図3(b)に本報告で用いた摩擦特性を示す。図のようなクーロン摩擦を用いて, 静止摩擦と動摩擦の区別はしなかった。

3. 入力地震動

設計用応答スペクトルが耐震設計に用いられていることから, 入力地震動として応答スペクトルに適合する模擬地震動を用いた。図4に本報告で用いた5%減衰比に対

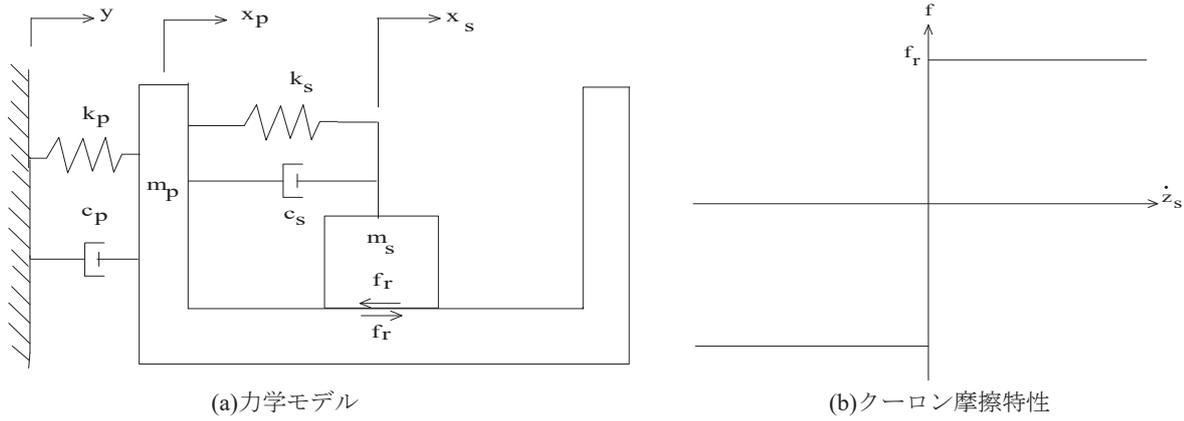


図3 摩擦特性をもつ付加構造物系

する目標応答スペクトル[12]を示す。地震動は非定常不規則振動であることから、図5に本報告で用いた非定常包絡関数[13]を示す。100波の模擬地震動を作成し、パワースペクトル密度の平均値を次式のと多治見モデル[14]にあてはめた。

$$G(\omega) = \frac{(2\zeta_g \omega_g \omega)^2 + \omega_g^4}{(\omega^2_g - \omega^2)^2 + (2\zeta_g \omega_g \omega)^2} G_0 \quad (5)$$

ここで、 ζ_g は地盤の減衰比、 ω_g は地盤の卓越円振動数、 G_0 は基盤への入力定常白色雑音であったときのパワースペクトル密度を表す。その結果、 $\zeta_g=0.5$ 、

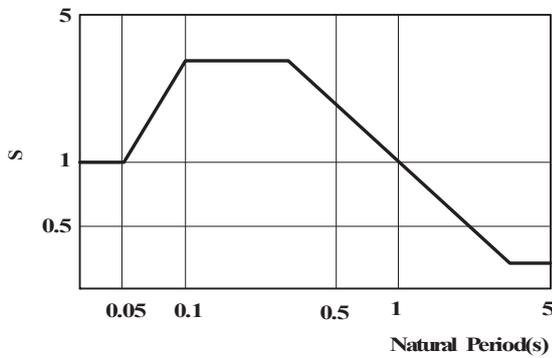


図2 5%減衰比に対する目標応答スペクトル

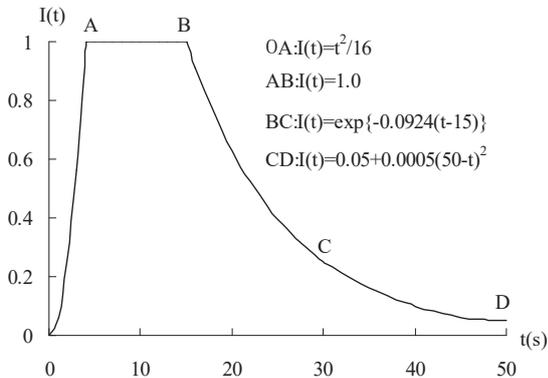


図5 包絡関数

$T_g(2\pi/\omega_g)=0.285s$, $G_0=1.94 \times 10^{-3}(1/s)$ となった[6].

基盤の絶対変位を y_g とすると、基盤に対する地表面の相対変位 $z_g=(y-y_g)$ に関する運動方程式は、

$$\left. \begin{aligned} \ddot{z}_g &= -2\zeta_g \omega_g \dot{z}_g - \omega_g^2 z_g - \ddot{y}_g \\ \ddot{y} &= I(t)(\ddot{z}_g + \ddot{y}_g) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここで、 $I(t)$ は包絡関数を表す。

4. 等価線形化

式(1)の f を次式のように等価線形化した。

$$f = 2\zeta_{eq} \omega_{eq} \dot{z}_m + \omega_{eq}^2 z_m \quad (7)$$

ここで ζ_{eq} および ω_{eq} はそれぞれ等価減衰比および等価固有円振動数を表す。 ζ_{eq} および ω_{eq} は主要動が比較的長いことから、定常確率過程論に基づいて近似的に求めた。以下にそれぞれの非線形特性に対する式を示す。

Bilinear履歴復元力特性に対して

$$\left. \begin{aligned} 2\zeta_{eq} \omega_{eq} &= \frac{2\omega_s^2 (1-\beta) y_0 \operatorname{erfc}(y_0)}{\sqrt{\pi} \omega_s} \\ \omega_{eq}^2 &= \omega_s^2 - (1-\beta) \omega_s^2 \exp(-y_0^2) + (1-\beta) \omega_s^2 \sqrt{\pi} y_0 \operatorname{erfc}(y_0) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで、

$$\operatorname{erfc}(u) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-y^2) dy$$

衝突特性に対して、

$$\left. \begin{aligned} 2\zeta_{eq} \omega_{eq} &= 0 \\ \omega_{eq}^2 &= \omega_s^2 + b \omega_s^2 \exp(-\eta^{-1}) - b \omega_s^2 \sqrt{\pi} \eta^{-1} \operatorname{erfc}(\eta^{-1}) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで、

$$\eta = \sqrt{2} \sigma_{z_s} / d$$

摩擦特性に対して、

$$\left. \begin{aligned} 2\zeta_{eq}\omega_{eq} &= \frac{2\sqrt{2}f_r}{\sqrt{\pi}\omega_s\sigma_{z_s}} \\ \omega_{eq}^2 &= \omega_s^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここで、 σ_{z_s} は付加構造物系の主構造物系に対する相対変位の標準偏差を表す。

5. 初通過破壊確率の計算法

主構造物系に対する付加構造物系の相対変位 z_s の絶対値が最初に破壊レベル B_D を超過した瞬間に破壊が起これとする。初通過破壊確率はポアソン過程を考慮すると、次式から求めることができる[13]。

$$P_f(t) = 1 - \exp\left\{-2\int_0^t v(t)dt\right\} \quad (11)$$

z_s の確率密度関数が正規分布であると仮定すると、式(11)の $v(t)$ は次式で与えられる[14]。

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{D}}{\sigma_{z_s}^2} \left[\exp\left\{-\frac{B_D^2}{2\sigma_{z_s}^2} \left(1 + \frac{\kappa_{z_s\dot{z}_s}^2}{D}\right)\right\} \right. \\ &\quad \left. + B_D \kappa_{z_s\dot{z}_s} \sqrt{\frac{\pi}{2D\sigma_{z_s}^2}} \exp\left\{-\frac{B_D^2}{2\sigma_{z_s}^2}\right\} \{1 + \text{erf}(C)\} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、

$$C = \frac{\kappa_{z_s\dot{z}_s} B_D}{\sqrt{2D\sigma_{z_s}^2}}, \quad D = \sigma_{z_s}^2 \sigma_{\dot{z}_s}^2 - \kappa_{z_s\dot{z}_s}^2,$$

$$\text{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-y^2) dy$$

σ^2 および κ はそれぞれ添字で示される分散と共分散を表す。

式(11)および式(12)から、 z_s および \dot{z}_s に関する分散および両者の共分散がわかれば初通過破壊確率を求めることができる。これらの値は式(1)、式(6)および式(7)より得られるモーメント方程式[6]から求めた。モーメント方程式は21元連立1階常微分方程式となる。

6. パラメータの表し方

付加構造物系の応答は付加構造物系と主構造物系の質量比 γ 、両構造物系の減衰比 ζ_s, ζ_p や固有周期 $T_s(2\pi/\omega_s)$ 、 $T_p(2\pi/\omega_p)$ のような多くのパラメータの影響を受ける。ここでは、付加構造物系の質量が主構造物系の質量と比較して十分に小さい場合を対象とし、 $\gamma=0$ とした。固有周期に関しては、付加構造物系の応答が最も大きくなる両構造物系の固有周期が一致する条件とした。減衰比については代表値として付加構造物系に対しては $\zeta_s=0.01$ 、主構造物系に対しては $\zeta_p=0.05$ とした。初通過破壊確率 P_f は式(11)のように時間の関数となる。重要度の高い付加構造物

系は地震動終了後もその機能を維持している必要があることから、地震動終了後の初通過破壊確率を求めた。

構造物の耐震設計では非線形特性のない弾性系の最大応答が用いられることが多い。非線形特性がない付加構造物系の最大応答は主構造物系に対する増幅係数[17]あるいはモード解析[18]によって得られる。破壊レベル B_D は非線形特性がない付加構造物系の最大変位 $|z_{s\ell}|_{max}$ を用いて次式のように無次元化した。

$$\delta_t = B_D / |z_{s\ell}|_{max} \quad (13)$$

$|z_{s\ell}|_{max}$ は次式で求まる。

$$|z_{s\ell}|_{max} = R |\ddot{x}_p|_{max} / \omega_s^2 \quad (14)$$

ここで、 R は非線形特性がない付加構造物系と主構造物系の最大応答の比、 $|\ddot{x}_p|_{max}$ は主構造物系の最大加速度を表し、図4の S と入力地震動の最大値の積で与えられる。

Bilinear履歴復元力特性に対して、降伏力 Z_e は次式のように無次元化した。

$$\alpha = Z_e / |z_{s\ell}|_{max} \quad (15)$$

衝突特性に対して、ギャップ幅 d は次式のように無次元化した。

$$d^* = d / |z_{s\ell}|_{max} \quad (16)$$

摩擦特性に対しては、付加構造物系は $|\dot{x}_p| > f_r$ の条件が満たされるまで主構造物系に対して動かないことから f_r は次式のように無次元化した。

$$\xi = f_r / |\ddot{x}_p|_{max} \quad (17)$$

7. 計算結果

式(13)のように破壊レベルを無次元化すると固有周期による初通過破壊確率の変動が小さくなることから[7]-[9]、代表として $T_s=T_p=0.3s$ の場合の結果を示す。

Bilinear履歴復元力特性を考慮した場合として、図6(a)および(b)にそれぞれ降伏後剛性と降伏前剛性の比である β が0および0.5の場合の初通過破壊確率を示す。降伏変位を表す α が小さくなるほど初通過破壊確率が小さくなる。また、 β が小さいほど初通過破壊確率が小さくなる。

衝突特性を考慮した場合として、図7(a)および(b)にそれぞれ被衝突物の剛性と付加構造物系の剛性の比 b を5としてギャップ幅を表す d^* を変えた場合および $d^*=0.8$ と

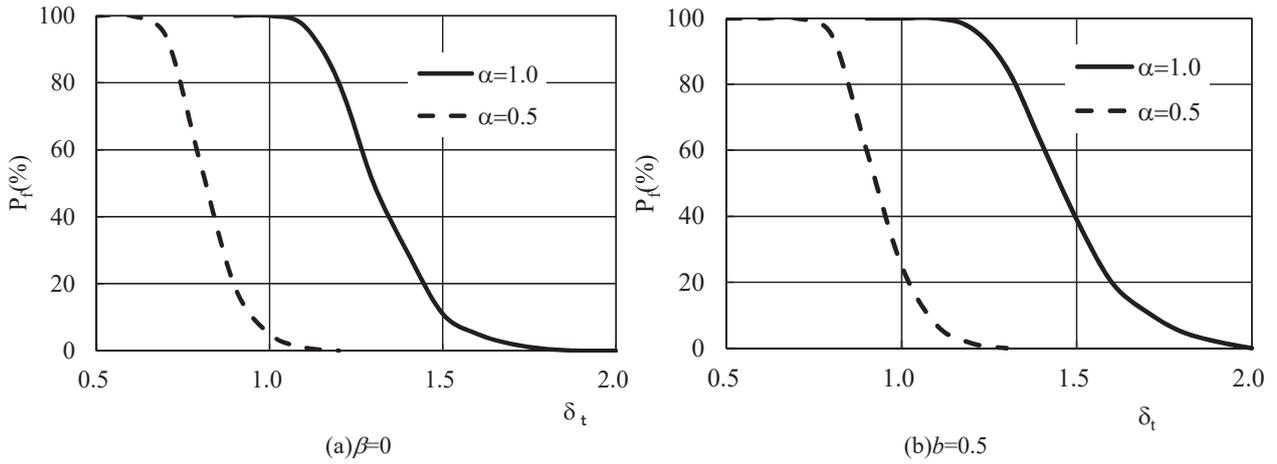


図6 履歴特性をもつ付加構造物系の初通過破壊確率($\gamma=0, \zeta_s=0.01, \zeta_p=0.05, T_s=T_p=0.3s$)

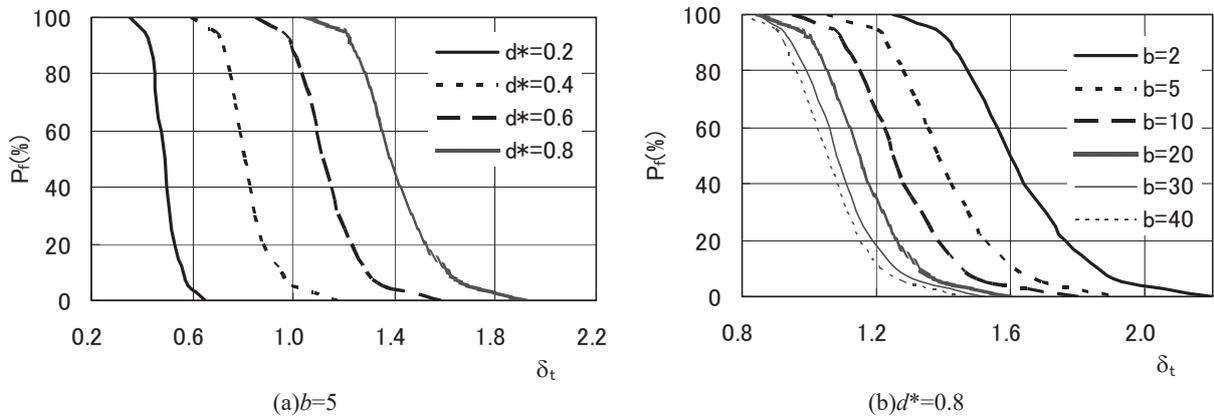


図7 衝突特性をもつ付加構造物系の初通過破壊確率($\gamma=0, \zeta_s=0.01, \zeta_p=0.05, T_s=T_p=0.3s$)

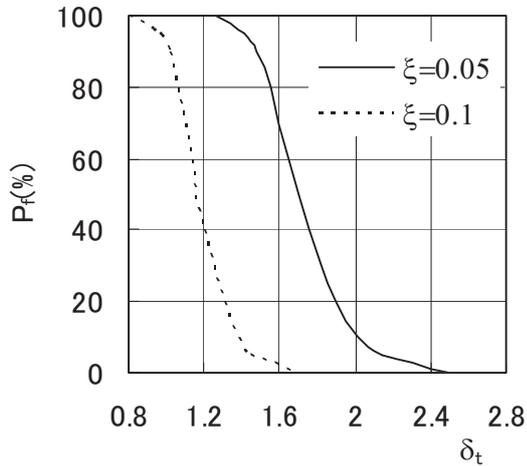


図8 摩擦特性をもつ付加構造物系の初通過破壊確率($\gamma=0, \zeta_s=0.01, \zeta_p=0.05, T_s=T_p=0.3s$)

して b を変えた場合の初通過破壊確率を示す。 d^* が小さいほど、 b が大きいほど初通過破壊確率が小さくなる。

摩擦特性を考慮した場合として、図8に摩擦力に相当する ξ を変えた場合の初通過破壊確率を示す。 ξ が小さいほど初通過破壊確率が小さくなる。

8. 非線形系の最大応答を用いた計算結果

非線形特性をもつ付加構造物系の最大応答の推定法[10][11]も提案されている。そこで、非線形特性をもつ付加構造物系の最大応答を用いた初通過破壊確率の推定法を提案する。破壊レベルを非線形特性をもつ付加構造物系の最大応答 $|z_{sc}|_{max}$ で次式のように無次元化する。

$$\delta_t^* = B_D / |z_{sc}|_{max} \quad (18)$$

ここで、図6から図8で初通過破壊確率 P_f が0.5となる時の破壊レベルが非線形特性をもつ付加構造物系の最大応答の平均値と考えられることから、このときの破壊レベルを $|z_{sc}|_{max}$ として用いる。

Bilinear履歴復元力特性を考慮した場合として、図9(a)および(b)にそれぞれ $\alpha=1.0$ として β を変えた場合および $\beta=0$ として α を変えた場合の結果を示す。 β および α による初通過破壊確率の変動が非常に小さくなっている。

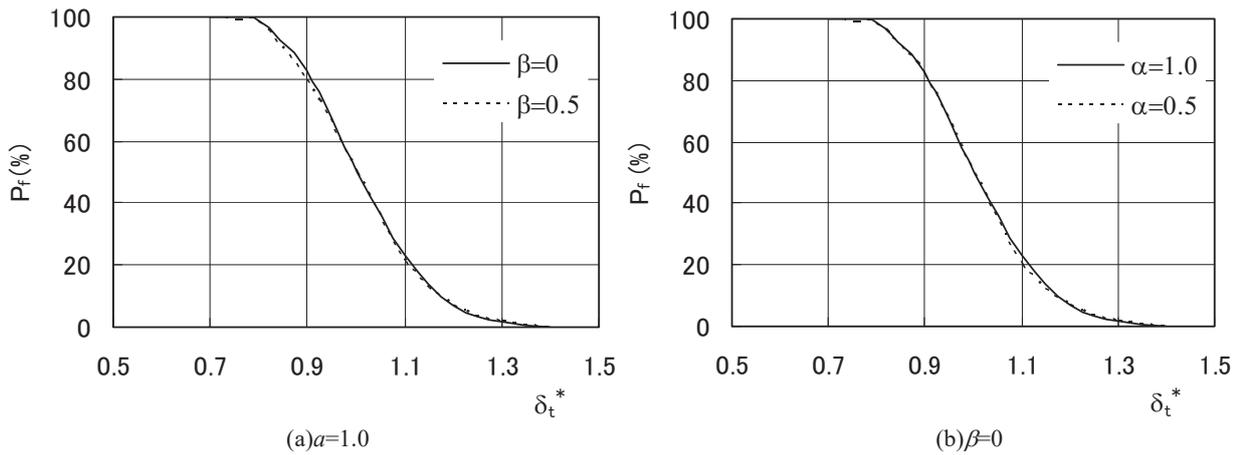


図9 式(18)を用いた場合の履歴特性をもつ付加構造物系の初通過破壊確率($\gamma=0, \zeta_s=0.01, \zeta_p=0.05, T_s=T_p=0.3s$)

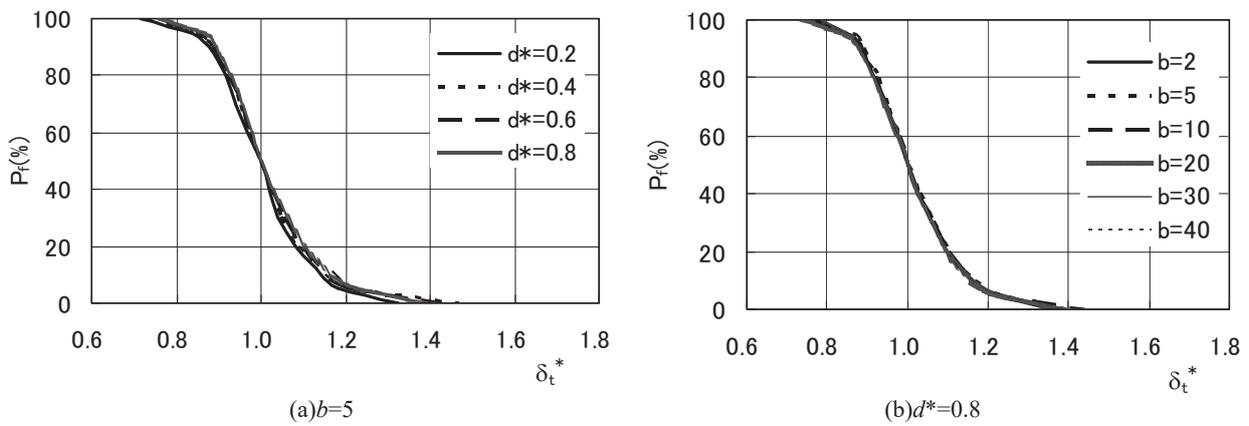


図10 式(18)を用いた場合の衝突特性をもつ付加構造物系の初通過破壊確率($\gamma=0, \zeta_s=0.01, \zeta_p=0.05, T_s=T_p=0.3s$)

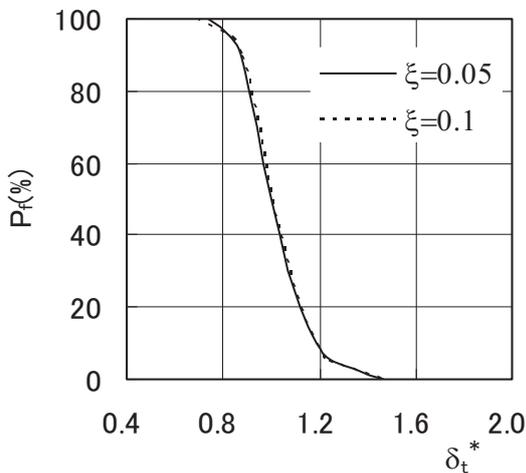


図11 式(18)を用いた場合の摩擦特性をもつ付加構造物系の初通過破壊確率($\gamma=0, \zeta_s=0.01, \zeta_p=0.05, T_s=T_p=0.3s$)

衝突特性を考慮した場合として、図10(a)および(b)にそれぞれ $b=5$ として d^* を変えた場合および $d^*=0.8$ として b を変えた場合の初通過破壊確率を示す。 b および d^* による初通過破壊確率の変動が非常に小さくなっている。

摩擦特性を考慮した場合として、図11に ξ を変えた場合の初通過破壊確率を示す。 ξ による初通過破壊確率の変動が非常に小さくなっている。

9. 結言

産業施設内の建物などの主構造物系に設置されている重要度の高い機器・配管などの付加構造物系が履歴特性、衝突特性および摩擦特性のような非線形特性をもつ場合の初通過破壊確率を求める方法を示した。破壊レベルを非線形特性をもつ付加構造物系の最大応答で無次元化すると、初通過破壊確率が非線形特性を表すパラメータによらずに推定することができることが明らかになった。

10. 参考文献

- [1] Ang, A.H-S. : Perspectives on Reliability-Based Engineering, Proceedings of the Third Asian-Pacific Symposium on Structural Reliability and Its Applications, pp.3-27, 2004.
- [2] Jalali, S.A, and Banazadeh, M. : Development of a new deteriorating hysteresis model for seismic

- collapse assessment of thin steel plate shear walls, Thin-Walled Structures, 106, pp244-257,2016.
- [3] Abu-Yasein, O.A., Lay, C., Pickett, M.A., Madia, J., Sinha, S.K. : The Influence of Higher Modes and Support Gaps on the Seismic Response of Piping Systems Containing Snubbers. Transactions of ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, 119-4, pp.444-456, 1997.
- [4] Bakre, S.V, Jangid, R.S., ReddyRubiolo, G.R : Response of piping system on friction support to bi-directional excitation, Nuclear Engineering and Design, 237, pp. 124-136, 2007.
- [5] Soong, T.T., Dargush, G.F. : Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering, John Wiley & Sons, 1997.
- [6] 青木繁 : 地震動入力を受ける付加構造物系の初通過破壊確率, 東京都立工業高等専門学校研究報告, 23, pp.1-8, 1988.
- [7] 青木繁 : 地震動入力を受ける機械構造物系の履歴復元力特性による初通過破壊確率の低減, 東京都立工業高等専門学校研究報告, 25, pp.7-13, 1989.
- [8] 青木繁 : がた特性を考慮した付加構造物系の初通過破壊確率, 東京都立工業高等専門学校研究報告, 26, pp.1-5, 1991.
- [9] 青木繁 : 摩擦特性をもつ構造物の初通過破壊確率 (応答の標準偏差を用いた簡易推定法), 東京都立工業高等専門学校研究報告, 40, pp.1-6, 2005.
- [10] Aoki S., Suzuki K. : Dynamic Response Reduction Effect of the Piping due to Gap and Friction. Proceedings of the 1988 ASME Pressure Vessels and Piping Conference, Application of Modal Analysis to Extreme Loads, PVP-150, pp.17-21, 1988. .
- [11] Lin,J., Zhang,Y., Zhao,Y., Tang,G. : Pseudo Excitation Method of Linear/Nonlinear Random Vibration, Proceedings of the Sixth World Congress on Computational Mechanics in conjunction with the Second Asian-Pacific Congress on Computational Mechanics, pp.426-431, 2004.
- [12] 通商産業省 : 高圧ガス設備等耐震設計基準, 1981.
- [13] Jennings, P.C., Housner, G.W., Tsai, N.C. : Simulated Earthquake Motions. Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, pp.7-8, 1968.
- [14] Tajimi,H. : A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure during an Earthquake, Proc. 2nd World Conference on Earthquake Engineering, II, 781-798, 1960,
- [15] Soong,T.T., Grigoriu, M. : Random Vibration of Mechanical and Structural Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, pp.305-306, 1992.
- [16] Iyengar,R.N., Iyengar,K.T.S.R. : Probabilistic Response Analysis to Earthquakes. ASCE Journal of Engineering Mechanics Division, Vol.96, No.3, pp.207-225, 1970,
- [17] Suzuki,K., Aoki,S. : Conventional Estimating Method of Earthquake Response of Mechanical Appendage System Installed in the Nuclear Structural Facilities. Transactions of the 6th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology; K10/3, pp.1-8, 1981.
- [18] Gupta, S. : Recent Developments in the Seismic Analysis of Multiply Supported Piping Systems, Proceedings of the 2004 ASME/JSME Pressure Vessels and Piping Conference : Seismic Engineering-2004-, PVP-Vol.486-1, pp61-69, 2004.