

コースティックス法によるき裂の応力拡大係数測定システムの開発

Development of Measurement System of Stress Intensity Factors Using the Caustics Method

鈴木 恭平¹⁾, 田宮 高信²⁾

Kyouhei SUZUKI¹⁾, Takanobu TAMIYA²⁾

1. 緒言

コースティックス法はレーザー光を用いた光学的非接触の測定手法であり、き裂先端や切り欠き部の応力状態や接触力の測定手法として知られている。コースティックス法では応力集中部や応力特異場において材料の板厚や屈折率の変化が応力状態に比例する性質を利用して、測定対象物に照射した光の反射光または透過光がスクリーン上に結像する像を測定に用いる。この像はコースティック像と呼ばれ、測定対象物と応力集中部に依存して特有な像が描かれる。コースティックス法は実験装置が非常に簡便であり、動的に変化する応力場を連続的に観察できる等の利点を有しており、よりひろい適用が期待される。

応力拡大係数を測定することは、その物体が破壊するのかわかを知る上で、非常に大切なことである。応力拡大係数が分かれば、そのき裂周辺における応力場を求めることができ、またそのき裂がどの程度危険であるかを判断するひとつの基準とすることができる。応力拡大係数を評価する方法として、き裂の開口変位を測定し評価する実験的手法や有限要素法を用いて評価する解析的手法などがある。コースティックス法は実験的手法の一つであり、簡便な実験によってき裂周りの応力場を視覚化し応力拡大係数を測定できるため有効である。

コースティック像から応力拡大係数を評価するにはコースティックス法と弾性理論を組み合わせたシミュレーションが必要である。そこで本研究では、Javaを用いてコースティック像の大きさから応力拡大係数を求めるプログラムを開発した。本プログラムはインターネット上でいつでも利用が可能である。

2. コースティックス法とき裂の応力拡大係数の基礎理論[1]

2-1. 応力拡大係数とき裂先端周辺の応力場[2]

き裂の応力拡大係数は物体にき裂が存在する場合の強度・破

壊特性を定めるパラメータであり、不安定破壊の開始条件や疲労き裂の進展速度の評価に広く用いられている。

物体が受ける負荷の様式は Fig.1 のように 3 種類のタイプに分けられる。引張り形を MODE I、面内せん断形を MODE II、面外せん断形を MODE III という。それぞれの負荷様式に対応する応力拡大係数を K_I 、 K_{II} 、 K_{III} と表す。応力拡大係数が与えられれば、平面応力の場合、 x 、 y 方向の応力 σ_x 、 σ_y は、式(1)で求めることができる。

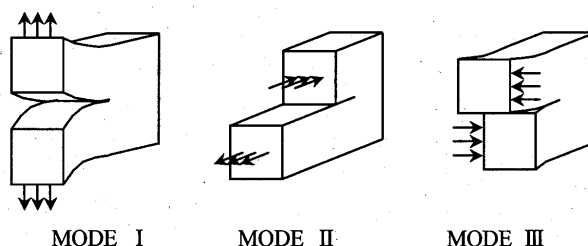


Fig.1 Three modes of loads applied to a crack tip

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right\} \\ &\quad - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ 2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right\} \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left\{ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right\} \\ &\quad + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right\} \end{aligned} \right\} (1)$$

ここで、 r 、 θ は、Fig.2 の様に座標系を定義したときの座標を表す。

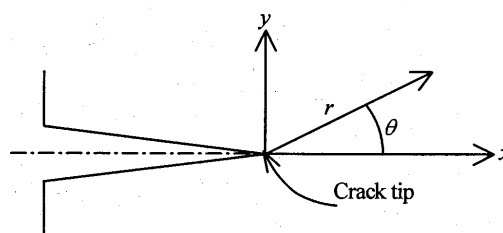


Fig.2 Polar coordinates with the origin at a crack tip

1) 都立航空高専 機械工学科 5年

2) 都立産業技術高専 ものづくり工学科

2-2. コースティックス法の基礎理論

コースティックス法とは、測定対象物にレーザ光を照射し透過または反射した光がスクリーン上に結像するコースティック像の大きさと形状から応力拡大係数等の物理量を測定する方法である。

Fig.3 にコースティックス法の結像原理を示す。いま試験片上ベクトル r で表される P 点に光が照射されるとする。試験片が無応力状態の場合、光は直進し、 λr だけ拡大されて、 λr の位置に到達する。しかし、荷重が負荷され、き裂先端周りには応力集中が発生すると光は w だけ曲げられ、 W であらわされる R 点に到達する。これらのベクトル関係は平面応力状態を仮定すれば次式で表される。

$$W = \lambda r + w = \lambda r + z_0 c t \text{ grad}(\sigma_x + \sigma_y) \quad (2)$$

ここで、 z_0 は試験片からスクリーンまでの距離、 c は材料によって決まる定数であり主応力和 $\text{grad}(\sigma_x + \sigma_y)$ に対する感度を表わしている。また t は板厚である。式(2)に示すようにベクトル w は応力和の勾配に比例することが知られている。

式(2)に従って曲げられた光は、スクリーン上に、光の当たらない影の部分と、光の当たる部分を作り出す。そして、この光の当たる部分と当たらない部分との境界には光が集中し、輝度が高くなる。この光の輝度が高くなった部分をコースティック曲線と呼ぶ。

スクリーン上に与えられるコースティック曲線は、測定対象物上で、次式の成り立つ曲線を通った光により描かれ、これを初期曲線という。

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial x} \\ \frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial y'}{\partial y} \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

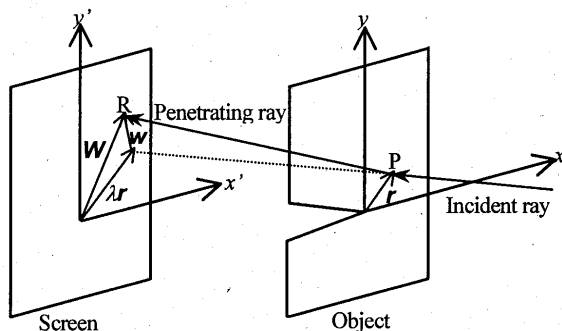


Fig.3 The principle of the caustic image formation

2-3. き裂先端から得られるコースティック像のシミュレーション

以上より、コースティックス法の理論にき裂先端周りの理論応力場を代入すれば、き裂先端にレーザ光を照射したときに得

られるコースティック像の理論解が得られる。すなわち、式(2)に式(1)を代入することにより次式が得られる。

$$W = \left[\lambda r \cos \theta + \frac{\xi}{r^2} \left\{ K_I \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) - K_{II} \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right\} \right] i + \left[\lambda r \sin \theta + \frac{\xi}{r^2} \left\{ K_I \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) + K_{II} \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right\} \right] j \quad (4)$$

ここで、 i, j はそれぞれ x, y 方向の単位ベクトルであり、 ξ は次式で与えられる定数である。

$$\xi = \frac{ctz_0}{\sqrt{2\pi}} \quad (5)$$

以上より r, θ をさまざまに変化させて W を算出することによりコースティック像をシミュレートできる。

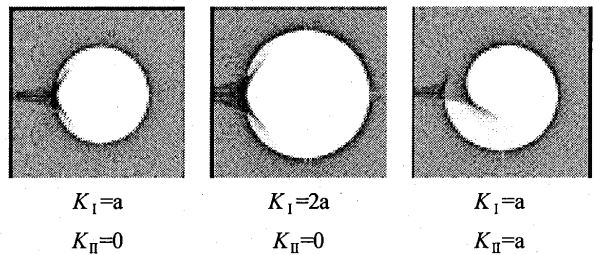


Fig.4 Examples of caustic images simulation ("a" shows a constant value)

Fig.4 は式(4)を用いてき裂先端から得られるコースティック像をシミュレートした例である。図において光が到達している領域が黒い点でプロットされており、中央付近の白い領域は光の到達しない領域を表している。Fig.4 に示されているように、応力拡大係数 K_I に依存してコースティック像の大きさが変化し、応力拡大係数 K_{II} に依存して形状が変化する。

Fig.4 において、コースティック像の内周部の光の集中している部位がコースティック曲線であり、式(3)を満たす初期曲線を通じた光により描かれている。式(3)に式(4)を代入すればき裂問題における初期曲線が得られ、次式が得られる。

$$r = r_0 = \sqrt{\left(\frac{3\xi}{2\lambda}\right)^2 (K_I^2 + K_{II}^2)} \quad (6)$$

式(6)は、き裂問題における初期曲線がき裂先端を中心とする半径 r_0 の円で表されることを示している。また、式(6)を式(4)に代入すれば、コースティック曲線の理論解が得られる。

2-4. コースティック像の評価法

Fig.5 に K_I, K_{II} が作用するき裂先端から得られるコースティック曲線の模式図を示す。この模式図は式(4), (6)を用いてコー

スティック曲線をシミュレートすることにより得られる。Fig.4 に示したように、コースティック像の大きさと形状は応力拡大係数 K_I , K_{II} の値によって変化し、Fig.5 に定義するパラメータ D_{min} , D_{1max} , D_{2max} の変化として表すことができる。

実際にコースティック法を用いて測定する場合は、コースティック像を逆解析する必要がある。すなわち、以下のよう
に、式(7), (8), (9)を定義する。 μ は、 K_I , K_{II} の比を、 ϕ はコースティック像の変形の程度を表している。また、 δ はコースティック像の大きさ D_{min} を λ と r_0 を用いて基準化したものである。

$$\mu = K_{II} / K_I \quad (7)$$

$$\phi = (D_{1max} - D_{min}) / D_{1max} \quad (8)$$

$$\delta = D_{min} / (\lambda r_0) \quad (9)$$

この3つの変数には、その他の条件に関わらず、Fig.6 と Fig.7 の関係がある。また、式(9)を用いれば、式(4), (6), (7)より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} K_I &= \frac{1.671}{ctz_0 (\sqrt{|\lambda|})^3 \sqrt{1+\mu^2}} \left(\sqrt{\frac{D_{min}}{\delta}} \right)^5 \\ K_{II} &= \frac{1.671\mu}{ctz_0 (\sqrt{|\lambda|})^3 \sqrt{1+\mu^2}} \left(\sqrt{\frac{D_{min}}{\delta}} \right)^5 \end{aligned} \right\} (10)$$

以上より、コースティック像の形状パラメータから応力拡大係数を導出することができる。その手順は以下の通りである。

- i. D_{1max} , D_{1min} の値から、式(8)を用いて ϕ を計算する。
- ii. ϕ - μ 線図 (Fig.6) から ϕ に対応する μ を求める。
- iii. μ - δ 線図 (Fig.7) から μ に対応する δ を求める。
- iv. 上の結果および材料条件と光学条件を式(10)に代入し、応力拡大係数 K_I , K_{II} を計算する。

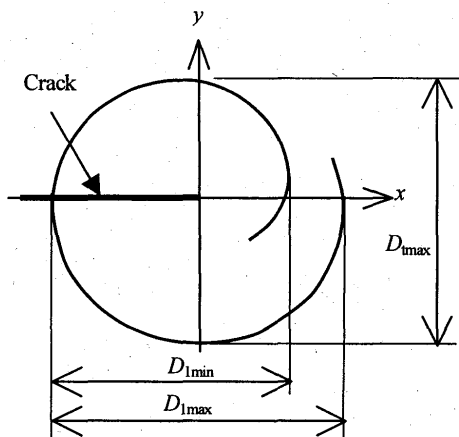


Fig.5 Typical parameters of the caustic image obtained from a crack tip

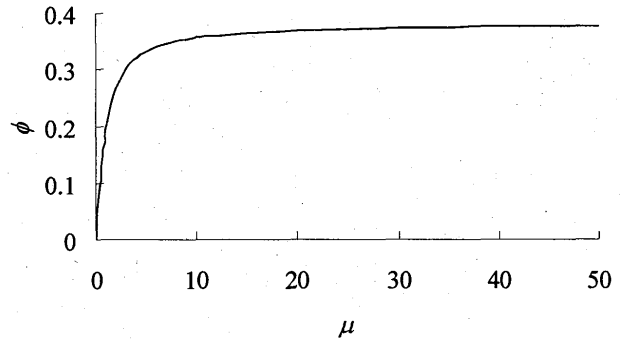


Fig.6 A relationship between μ and ϕ

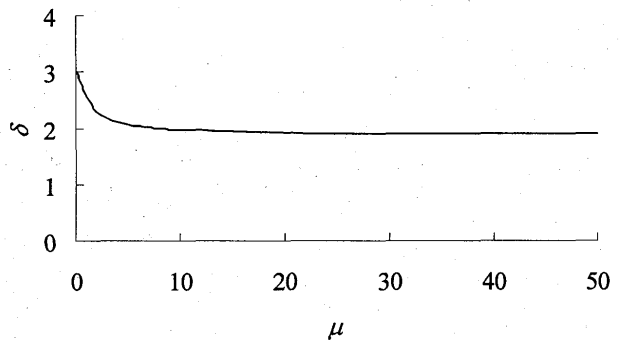


Fig.7 A relationship between μ and δ

3. プログラムの開発

3-1. Java を用いた WEB プログラムの開発

前節までの理論を用いることにより、与えられた力学状態から得られるコースティック像のシミュレーションや、実験的に得られるコースティック像のパラメータから応力拡大係数を評価することができる。

本研究では上記の関係をプログラミング言語 Java を用いてコード化し、コースティック像シミュレーションおよびコースティック像評価の可能なプログラムを開発した (Fig.8 参照)。

Java とは、プログラミング言語の一つであり、オブジェクト指向を用いた開発言語である。その特徴の一つとして Windows, Linux 等の OS を問わず実行可能なマルチプラットフォームであること、また Web 上で実行可能なウェブプログラムの開発が可能なことが挙げられる。この性質により JAVA で開発されたプログラムは、マシン環境を問わずに実行可能であり、Web 上に公開することにより時間と場所を問わずに実行可能となる。本研究では Java を用いたウェブプログラムとして開発を行い下記アドレスで公開中である。

http://www.kouku-k.ac.jp/~t-tamiya/caustics/crack_evaluation/Caustic s.html

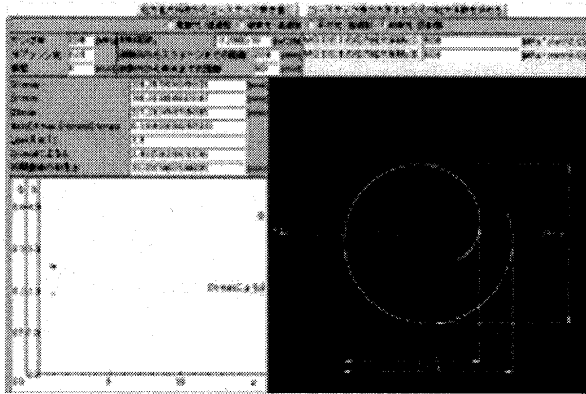


Fig.8 A caustic image evaluation program developed

3-2. コースティック像のシミュレーション方法

本プログラムは、式(4)を基にコースティック像のシミュレーションを行っている。すなわちシミュレーションの開始ボタンが押されると、応力拡大係数をはじめとする物理条件が取得され、測定対象物上に照射された光の屈折のスクリーン上への到達点がシミュレートされる。本プログラムでは測定対象物上のき裂先端周辺で多くの点について式(4)の計算を行いスクリーン上に結像されるコースティック像をシミュレートしている。また、コースティック曲線は、式(6)に示す半径 r_0 の円で与えられる初期曲線を通じた光により描かれる。よって初期曲線を通じた光について、より細かくシミュレーションを行った。本プログラムでは半径 r_0 の円を5000個の点に分割し、この点の極座標を式(3)に代入し計算を行い、実行画面上に色分けを行ってプロットした。こうして得られるコースティック曲線を基に、コースティック像の大きさや形状をプログラム上で測定し、出力を行っている。

3-3. き裂の応力拡大係数の導出方法

本プログラムを用いれば実験的に得られるコースティック像から D_{1max} , D_{1min} を測定し、それを入力することにより応力拡大係数 K_I , K_{II} を評価することができる。そのために、2-4 節に述べた導出方法と同様の操作がプログラム内にコード化されている。ここで、コースティック像から応力拡大係数を評価するには Fig.6 と Fig.7 の線図がプログラム内にコード化される必要がある。この関係は代数式に表すことが困難であることから、本研究ではこれらの関係をあらかじめデータベース化し、データ間を直線近似することで評価を行った。

3-4. プログラムの使用法

3-4-1. コースティック像のシミュレーション

(1)使用したい光学系の種類を画面上で選択し、透過法を用いる

場合には材料定数 c を、反射法を用いる場合にはヤング率 E 、ポアソン比 ν を画面上で入力する。

(2)板厚 t 、試験片からスクリーン・焦点までの距離 z_1 , z_0 を画面上で入力する。

(3)MODE I・II の応力拡大係数 K_I , K_{II} をそれぞれ画面上で入力する。

(4)「応力拡大係数からコースティック像を描く」ボタンを押す。

(5)以上の結果、プログラムが下記の計算と出力を自動で行う。

→応力拡大係数からき裂周りの応力場を計算

→コースティック像のシミュレーション

→コースティック像のパラメータ D_{1max} , D_{1min} , D_{1max} および定数 μ , δ , ϕ , r_0 の出力

3-4-2. き裂の応力拡大係数の計算

(1)実験で使用した光学系の種類を画面上で選択し、透過法を用いる場合には材料定数 c を、反射法を用いる場合にはヤング率 E 、ポアソン比 ν を画面上で入力する。

(2)板厚 t 、試験片からスクリーン・焦点までの距離 z_1 , z_0 を画面上で入力する。

(3)実験で得られるコースティック像から D_{1max} , D_{1min} を計測しそれぞれ入力する。

(4)「コースティック像の大きさから応力拡大係数を求める」ボタンを押す。

(5)以上の結果、プログラムが下記の計算と出力を自動で行う。

→ D_{1max} , D_{1min} の値から応力拡大係数 K_I , K_{II} を評価・出力

→得られた応力拡大係数からコースティック像のシミュレーションを行う。

4. 結言

プログラミング言語 Java を用いてき裂先端から得られるコースティック像の評価プログラムを開発し、以下の結果を得た。

1. コースティック像のシミュレーションおよびコースティック像評価プログラムの開発に成功した。
2. 評価プログラムは同時にシミュレーションも行うため実験とシミュレーションの比較が可能である。
3. Java を用いて開発を行い、ホームページ上に公開した。
http://www.kouku-k.ac.jp/~t-tamiya/caustics/crack_evaluation/Caustics.html

5. 参考文献

- [1] 佐藤建吉：コースティック法による強度解析，材料試験技術，39-1，pp. 44-52，1994
- [2] 鯉淵興二，小久保邦雄：製品開発のための材料力学と強度設計ノウハウ，日刊工業新聞社，pp. 38-44，2002