

非線形計画法を用いた CW レーザー推進機のノズル形状の最適化

Optimization of Nozzle Shape of a CW Laser Thruster by Nonlinear Programming

中野 正勝¹⁾

Masakatsu Nakano¹⁾

Abstract: The nozzle shape of a CW laser thruster was optimized by non-linear programming (NLP) to explain the experimental results that the sub-chamber type nozzle shows superior performance to ordinary convergent-divergent nozzles. A quasi-one-dimensional CFD code was developed that can deal with plasma flow and laser beam absorption by plasma. The amount of laser beam absorption was maximized by optimizing the nozzle shape using NLP. The results showed that the optimized nozzle shape is a sub-chamber type nozzle in the case that the inlet diameter of the nozzle is small.

Keywords : Optimum nozzle shape, CW laser thruster, Nonlinear programming

1. 緒言

CW レーザー推進機は連続発振レーザー光で伝送されたパワーをロケット推進に用いるもので、外部からエネルギーを供給することで電源重量に拘束されることがなく、従来のロケット推進以上の性能を得ることができると期待されている¹⁻³⁾。

図 1 は CW レーザー推進機を想定して行われた数値計算結果の一例であり、レーザー発振器から導かれたレーザー光はチャンバー内に焦点を結び高温のプラズマを生成している。プラズマは逆制動放射によりレーザー光を吸収し、輻射光の再吸収と電子の熱伝導によりエネルギーを得ることで維持される。このレーザーにより加熱・維持されたプラズマを Laser-Sustained Plasma (LSP) と称している。

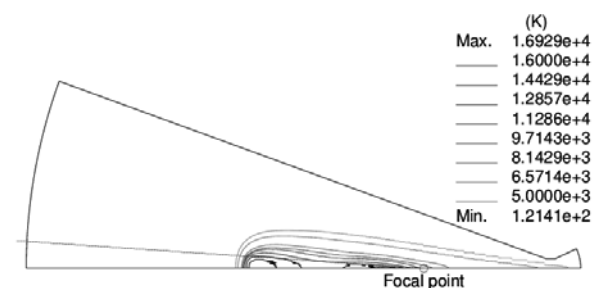
国内では 2 kW 級の CO₂ CW レーザーを用いたレーザー推進機に関する基礎実験ならびに数値解析が東京大学にて行われている⁵⁻¹⁰⁾。これらの研究において、ノズルの亜音速部に副室(図 1(b)参照)を設けることで CW レーザー推進機のエネルギー変換効率が向上した結果がある。

CW レーザー推進機のエネルギー変換効率とレーザー吸収率には高い相関があることが知られており、また、ノズル形状によってもエネルギー変換効率は影響を受ける。本稿では、CW レーザー推進機におけるレーザー吸収量に着目し、ノズル形状の最適化を行うことで、副室に関する従来の実験結果の説明を行うとともに、より性能向上が見込まれるノズル形状について議論を行う。

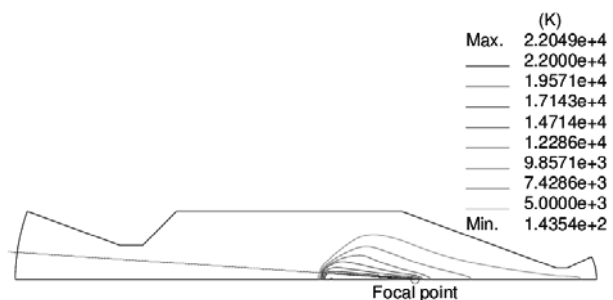
2. 解析方法・条件

ノズル壁面形状を変えることでレーザー吸収量を増加させることを目的とした最適化計算を行う。ノズル壁面形状をいくつかのパラメータを用いて表すことができるように

し、CFD 計算により LSP が維持される密度・温度分布等を求め、レーザー吸収量を評価する。パラメータの最適化手法には、変分法、数値計画法、遺伝適的アルゴリズムなど様々な方法があるが、CFD 計算を準次元計算で単純化して行うことで、目的関数や拘束条件式の微分値を現実的な時間で計算することが可能となるので、ロバストで収束性に優れた数値計画法を用いてパラメータの最適化を行っていく。



(a) 先細末広ノズル



(b) 副室ノズル

図 1 ノズル形状の影響

1) 東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科 航空宇宙工学コース

2.1 定式化

図1に示されるようにLSPはノズルの先細部からスロート部にかけて維持されるため、解析領域を亜音速部に限定しても問題ない。現在のところ、レーザー推進の流れ場の計算においては、輻射損失の定量的な取り扱い等に未解決の部分もあり、厳密な2次元軸対称解析を行ってノズル形状を定量的に決定するには不確定な要素が多く⁹⁻¹¹⁾、見通しのよい結果が得られるとも限らない。そこで、ノズル形状を考慮する上で実績があり、計算負荷が少ない準一次元流れで定式化を行う。準一次元のノズル流れの質量、運動量、エネルギーに関する式は、それぞれ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial z} = -\frac{1}{A} \frac{dA}{dz} \rho u \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial z} = -\frac{1}{A} \frac{dA}{dz} \rho u^2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial((e+p)u)}{\partial z} = -\frac{1}{A} \frac{dA}{dz} (e+p)u + q_{\text{laser}} - q_{\text{rad}} \quad (3)$$

である。ここで、 ρ は密度、 u は流速、 p は圧力、 A はノズル断面積である。また、 e は内部エネルギー、 q_{laser} はレーザー吸収量、 q_{rad} は輻射損失を表すものとする。

推進剤としては実験等で多く用いられるアルゴンガスを用いることとし、平衡状態かつ重粒子温度と電子温度も同じものとする。アルゴンの状態方程式は電離度を α として

$$p = (1 + \alpha)RT \quad (4)$$

で与え、化学種としてはAr, Ar⁺, eを考慮し、電離度はSahaの式から算出した。これまでの実験で報告されているLSPの温度は16000 K程度であり、20000 Kを超えないことから2価以上のイオンは考慮していない。

レーザー吸収 q_{laser} については、レーザー光の進行方向についてBeerの法則から

$$\frac{dl}{ds} = -\kappa l \quad (5)$$

を用いて与える。吸収係数 κ については逆制動輻射であることから、イオンと中性粒子それぞれの吸収係数

$$k_I = 1.37 \times 10^{-27} \frac{G\lambda^3}{r^{0.5}} n_i n_e \left\{ e^{\frac{0.0143881}{\lambda T}} - 1 \right\} \quad (6)$$

$$k_N = 9.60 \times 10^{-5} T^2 A(T) \lambda^3 n_n n_e \left\{ 1 - e^{-\frac{0.0143881}{\lambda T}} \right\} \quad (7)$$

を用いて評価する¹²⁾。ここで、 G はGaunt factor、 $A(T)$ は電子中性粒子間の衝突断面積である。なお、準一次元モデルであるので、レーザー光の半径方向の強度分布については考慮しない。

LSPからの輻射熱輸送については輻射熱伝導近似を用いる。熱伝導係数についてはアーク柱の実験から得られた熱伝導係数(図2)を用いるものとする¹²⁾。

最適化の対象となるノズル壁面については、ノズル入口とノズルスロート部を結ぶ曲線で近似する。ロケットノズルの設計では近似曲線として2次関数が用いられることが

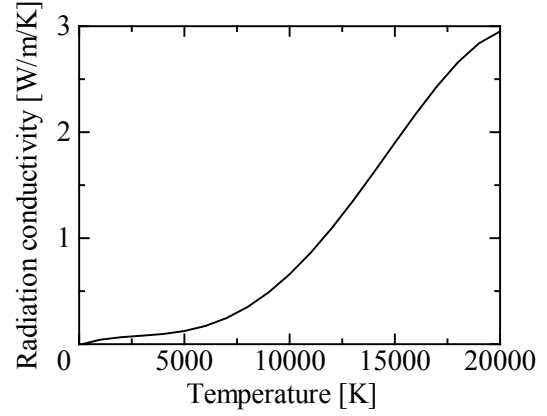


図2 熱伝導率と温度の関係

多いが、ノズル入口とスロート部を通過する2次関数では、副室の軸方向位置と副室直径を独自に決めることはできない。したがって、変数を1つ増やした3次関数でノズル壁面を近似することとする。すなわち、ノズル壁面は変数 x_1, x_2 に関する次の3次関数で近似される。

$$A(\bar{z}) = \pi(R_{\text{throat}} \times \bar{R})^2 \quad (8)$$

$$\bar{R}(\bar{z}) = \left(1 - x_1 - x_2 - \frac{R_{\text{inlet}}}{R_{\text{throat}}}\right) \bar{z}^3 + x_1 \bar{z}^2 + x_2 \bar{z} + \frac{R_{\text{inlet}}}{R_{\text{throat}}} \quad (9)$$

$$\bar{z} = \frac{z - z_{\text{inlet}}}{z_{\text{throat}} - z_{\text{inlet}}} \quad (10)$$

ここで、 $R_{\text{inlet}}, R_{\text{throat}}$ はノズル入口半径およびスロート半径を示し、 $z_{\text{throat}}, z_{\text{inlet}}$ はノズル入口およびスロートの軸上位置を表す。

なお、副室の半径に上限 R_{sub} を与える必要があるため、不等式拘束条件として

$$R(z) \leq R_{\text{sub}} \quad (11)$$

を追加する。

以上の定式化のもので、レーザー吸収量を最大化する最適制御問題を解く。具体的には

制御変数： x_1, x_2

目的関数：レーザー吸収量

等式拘束条件：式(1)~(10)、境界条件

不等式拘束条件：式(11)

となる。

2.2 計算スキーム・境界条件

流体の式(1)~(3)については、マコーマック法を用いて陽的に解いた。上流の境界条件は、アルゴンガスの全温度と流量を与え、圧力を外挿する。下流境界は超音速流出条件から与える。ノズル壁面を決定するための変数の初期値としては $x_1 = x_2 = 0.5$ とした。軸方向の分割数は64でメッシュの幅は等間隔である。LSP生成のための初期値としてノズルの先細部の中間より下流で温度を一律に13000 Kとして与えた。

表 1 形状・作動条件

Nozzle	Throat diameter	1 mm
	Inlet diameter	4, 5, 6, 8 mm
	Straight section length	25, 50 mm
Propellant	Argon	Ar, Ar ⁺ , e ⁻
	Mass flow rate	1 × 10 ⁻⁴ kg/s
Inlet	Stagnation pressure	Extrapolation
	Stagnation temperature	300 K
Laser	Wavelength	10.6 μm
	Power	2000 W

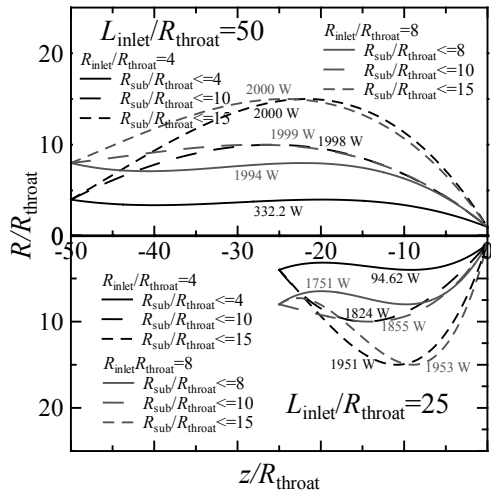


図 3 入口径と副室径に対する最適化されたノズル壁面形状とレーザー吸収量。

最適化問題の解法としては、逐次 2 次計画法を用いた¹⁴⁾。逐次 2 次計画法では、目的関数や拘束条件式に関する微分が必要になるが、数値的に中央差分を取ることで行った。

スラスタの形状や作動条件としては、比較対象となる東京大学での実験に近い作動条件を設定した。これらを表 1 に示す。

3. 計算結果及び考察

3.1 ノズル形状

図 3 にノズル入口径が 4 mm と 8 mm (図の中では $R_{inlet}/R_{throat} = 4, 8$ と示す), スロートからノズル入口まで 25 mm と 50 mm ($L_{inlet}/R_{throat} = 25, 50$) の場合における最適化されたノズル壁面の形状とレーザー吸収量を示す。軸上位置 0 mm がノズルスロート部に対応し、マイナス方向がノズル入口である。副室の半径の上限としては、ノズル入口径のもの (副室を設けない単純な先細ノズルに相当) と $R_{sub}/R_{throat} \leq 10, 15$ の 3 つについて示している。図 3 に示されるとおり、全ての場合において、ノズル壁の一部が設定した副室径の上限に達するまでノズル半径を拡大したものが最適解となった。

副室の半径の上限をノズル入口径までに設定したものは、入口からスロートまでの距離が長い $L_{inlet}/R_{throat} = 50$ で、 $R_{inlet}/R_{throat} = 4$ で 332.2 W、 $R_{inlet}/R_{throat} = 8$ で 1994 W と、ノズル入口径の違いによりレーザー吸収量に差が生

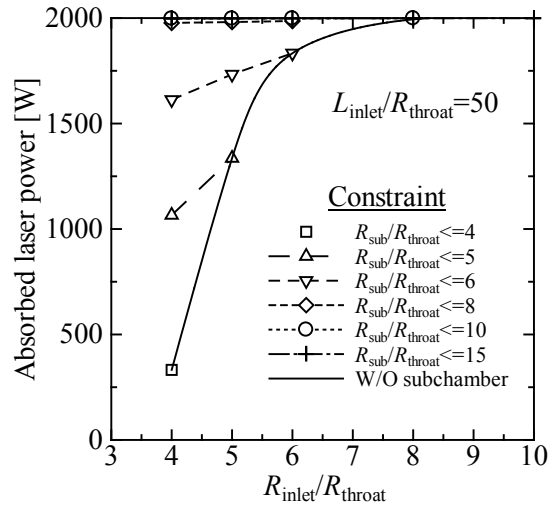


図 4 レーザー吸収量の比較 ($L_{inlet}/R_{throat} = 50$)

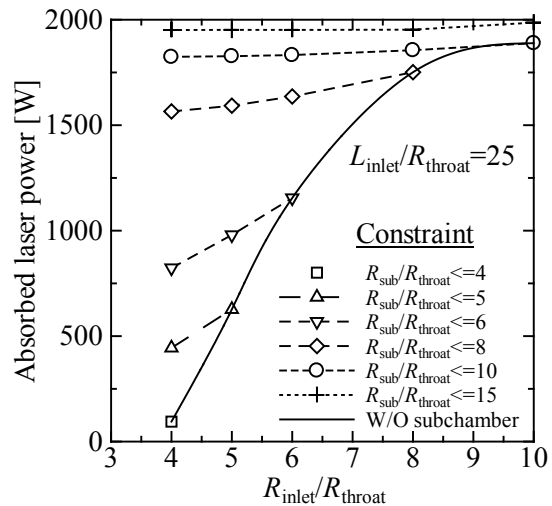


図 5 レーザー吸収量の比較 ($L_{inlet}/R_{throat} = 25$)

じている。この傾向はノズル入口からの距離が短い $L_{inlet}/R_{throat} = 25$ でも同じであり、 $R_{inlet}/R_{throat} = 4$ で 94.62 W、 $R_{inlet}/R_{throat} = 8$ で 1751 W である。一方で、副室半径の上限をノズル入口径よりも大きくしたもの (具体的には $R_{sub}/R_{throat} \leq 10, 15$) では、ノズル入口径の差による違いはほとんど見られない。

この副室形状が現れる理由であるが、今回の最適化指標となったレーザー吸収量を増加させるためにはレーザー吸収係数が大きければよい。イオンによる吸収の場合、式(6)よりレーザー吸収係数は密度の 2 乗に比例し、温度の平方根に反比例する。したがって、密度が下がれば吸収係数も小さくなるので、LSP の維持場所は密度が急激に減少するスロート近傍を避ける必要がある。LSP の維持場所は流速が下がれば上流に動くので、断面積を大きくして副室形状を作り、流速を小さくすることが、レーザー吸収量を増やす効果がある。

3.2 レーザー吸収量の変化

図 4 に示すのは、ノズル入口半径比 R_{inlet}/R_{throat} に対するレーザー吸収量の関係である。実線は副室径の上限とし

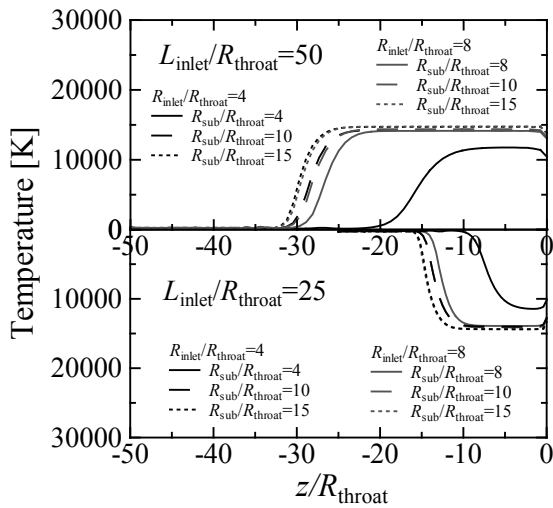


図6 温度分布の比較

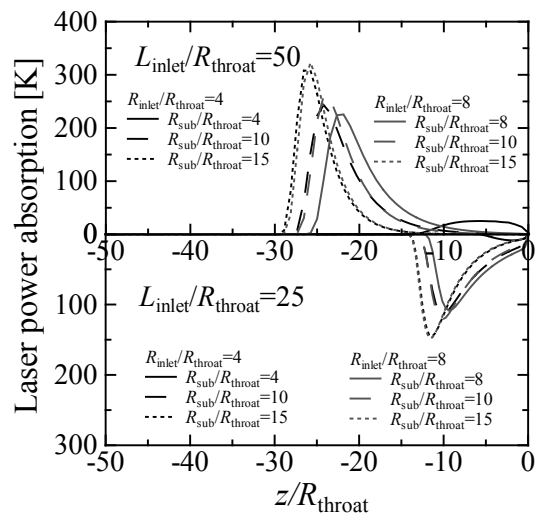


図7 レーザー吸収量の比較

てノズル入口径を与えたものであり、副室を設けない通常の先細ノズルに相当する。ノズル入口がこれよりも小さい $R_{inlet}/R_{throat} = 4$ の場合には、レーザー吸収量は副室をつけることで増加し、副室径の上限が大きいものほど大きなレーザー吸収量を獲得している。これは、ノズル入口径が小さい場合にはノズル内の流速が高くレーザー吸収量が少ない状態にあり、副室による流路断面積の拡大がもたらす効果が大きいからである。一方、 $R_{inlet}/R_{throat} = 8$ のようなノズル入口面積が大きい場合には、レーザー吸収量もともと大きいので副室を設ける効果が相対的に小さくなる。

図5は同様の計算をスロートからノズル入口までの距離を図4の半分の $L_{inlet}/R_{throat} = 25$ としたものである。副室の効果はノズル入口径が大きいものにまで拡大している。これはノズルの長さが短くなったことによって吸収長が短くなり、レーザー吸収量が十分に確保できないところを、副室による流路面積の拡大で補うことができた結果であると考えられる。

以上、図5, 6の結果から、通常の先細ノズルで十分なレーザー吸収量が見込まれない場合には、副室による流路拡大でレーザー吸収量の拡大が見込まれることが明らかになった。また、ノズル入口からスロートまでの距離が短い場合に、副室の効果はより大きくなる。

3.3 温度・レーザー吸収分布

図6に示すのはノズル軸上の各位置における温度である。上半分が $L_{inlet}/R_{throat} = 50$ 、下半分が $L_{inlet}/R_{throat} = 25$ を表している。ノズル入口からスロートまでの距離が異なるために高温領域位置に違いが出るものの傾向は同じである。すなわち、ノズル入口径が小さい $R_{inlet}/R_{throat} = 4$ では副室を設けない場合に高温領域がスロート寄りであり、 $R_{inlet}/R_{throat} = 8$ では上流側に高温領域がある。そして、副室を設けることで高温領域は上流に移動し、副室径の上限が $R_{sub}/R_{throat} \leq 10, 15$ の場合には、ノズル入口径の違いによる差はほとんどなくなる。この結果は、最適化された温度分布を決定するのは副室の位置と最大径であり、入口径などの上流の状態とは無関係であることを示している。

同様にレーザー吸収量について図7に示す。図6の温度分布に対応した結果が得られており、副室径の上限が大きくなるとノズル入口径に対する依存は消え、同じレーザー吸収分布となる。違いが生じているのは、ノズル入口径が異なりかつ副室を設けない場合である。

4. 結言

CW レーザー推進機のノズル形状について、レーザー吸収量が最大となるように準一次元流体解析と非線形計画法を組み合わせた最適化を行った。本研究で得られた結論は以下の通りである。

- 1) ノズル形状を最適化した結果、副室を持つ形状がレーザー吸収量を最大化することが分かった。これはノズル上流側に副室状のレーザー吸収部を持つとレーザー吸収性能が向上するという実験結果と整合する。
- 2) 副室半径を増加させることでレーザー吸収量が増加する。この増加傾向は、同一入口径で先細ノズルを用いた際の性能が低いものほど大きくなる。
- 3) ノズル入口からスロートまでの長さが短いノズルで副室を設ける効果は高い。

5. 参考文献

- [1] Kantrowitz, A.: Propulsion to Orbit by Ground-Based Lasers, *Astronautics Aeronautics*, 10 (1972), pp.74-76.
- [2] Birkan, M. A.: Laser Propulsion Research Status and Needs, *Journal of Propulsion and Power*, 8 (1992), pp.354-360.
- [3] Arakawa, Y. and Toyoda, K.: Research on Laser Propulsion for Space Rockets, *Optical Alliance*, March 2001, pp.19-22 (in Japanese)
- [4] Ito, Y. Schonherr, T., Cho, S., Komurasaki, K., Koizumi, H. and Nakano, M.: Cost Evaluation of In-Space Transportation of a Solar Power Satellite Using OTVs with Hall Thruster Propulsion Systems, *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and*

- Space Sciences, Aerospace Technology Japan, Vol. 12 (2014), No. ists29, p. Po_1_7-Po_1_12.
- [5] Toyoda, K., Komurasaki, K., Arakawa, Y.: Continuous-wave Laser Thruster Experiment, *Vacuum*, Vol.59, (2000) pp. 63-72.
- [6] Toyoda K, Komurasaki K, Arakawa Y.: Thrust Performance of a CW Laser Thruster in Vacuum, *Vacuum*, Vol.65, (2002) pp.383-388
- [7] Inoue T, Ijiri T, Hosoda S, Arakawa Y.: Oscillation Phenomenon of Laser-sustained Plasma in a CW laser propulsion, *Vacuum* Vol.73, (2004), pp.433-438.
- [8] Inoue, T., Uehara, S., Komurasaki, K. and Arakawa Y.: Conversion in a CW Laser Thruster, *Journal of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences* Vol.54, No.627 (2006), pp.168-174 (in Japanese).
- [9] Komurasaki, K., Molina-Morales, P., Toyoda, K., Arakawa, Y.: Numerical Analysis of CW Laser Propulsion, *Trans. Japan Soc. Aeronaut. Space Sci.*, Vol.44, No. 143 (2001) pp. 65-72.
- [10] Molina-Morales, P., Komurasaki, K., Arakawa, Y.: Numerical Analysis of a Laser Sustained Plasma, *Applied Plasma Science*, Vol.7 (1999), pp72-78.
- [11] Nakano, M.: Numerical Simulation of a 1kW-Class CW Laser Thruster, *Trans. Japan Soc. Aeronaut. Space Sci.*, Vol.49, No.166 (2007), pp.211-219.
- [12] Kemp, N. H. and Lewis, P. F.: Laser-Heated Thruster – Interim Report, NASA CR-161665 (1980).
- [13] Emmons, H., W.: Arc Measurements of High-Temperature Gas Transport Properties, *Physics of Fluids*, Vol.10, No.6 (1967), pp.1125-1136.
- [14] 茨木俊秀、福島 雅夫: FORTRAN77 最適化プログラミング (岩波コンピュータサイエンス)、岩波書店、1991.