

LMIに基づいた H_∞ 制御による自動車のアクティブサスペンション

— ロバストコントローラのマイクロプロセッサへの実装に関する課題 —

The Active Suspension of The Automobile by H_∞ Control Based on LMI

— Problems on the Implementation of A Robust Controller on Microprocessors —

青 木 立¹⁾, 井 上 稔²⁾

Tatsu Aoki¹⁾, Minoru Inoue²⁾

Abstract: This paper considers a vehicle suspension system by using microprocessor control. The most basic and traditional method is a passive suspension. There is a tradeoff between road holding and ride comfort due to a fixed spring and damper coefficient in a passive suspension. A semi-active suspension compensates a time-varying mechanical resonant mode in real-time by a controllable damper. However, there is a performance limitation to a sudden disturbance. An active suspension overcomes this problem by using an actuator that is controlled by a robust controller to compensate nonlinear characteristics of actuators and springs. The aim of this research is to find problems on the implementation of a robust controller for an active suspension on microprocessors. As an illustration, consider position feedback control for one link arm that is driven by a dc motor. After a robust controller is designed on a continuous-time domain, it is converted to a discrete-time one for microprocessor implementation. Simulated results show that one link arm becomes unstable, when a discrete-time controller is used. Thus the direct design methodology of a discrete-time controller needs to be developed.

Keywords: Active suspension, Vehicle, Robust control, LMI, Digital controller, Microprocessor control

1. はじめに

現在、救急車による患者搬送の現場において患者の負担軽減と早急な搬送を行えるようにするために、バネ及びダンパにより構成されるパッシブサスペンションにより車体への振動絶縁性とタイヤの接地性の向上を図っている。しかし、パッシブサスペンションでは、両者の性能を同時に満足することができない [1]。このトレードオフの問題を解決するため、アクティブサスペンションが提案された [1]。アクティブサスペンションでは、路面の凹凸や障害物などによる外乱に対し、アクチュエータによって外乱を打ち消すように種々な制御を行うことで、振動絶縁性とタイヤの接地性の両者の性能を同時に向上できる。

Keum - Shik Hong らの研究では、ストラット式のセミアクティブサスペンションに対して、車体の上下運動に関する絶対速度と路面からの外乱との相対速度を推定するフィルタを作成し、それを用いて路面からの外乱を抑制するため、ゲインスケジューリングにより制御した。条件区間毎のゲインは、取得した実験データを小さな区間に分割し求めた。さらに、HILS(Hardware

In the Loop Simulator) によって実際の制御の結果についてシミュレーション時の結果と比較することにより、提案手法の有効性を検証した [2]。

KA C. Cheok らの研究では、可変ダンパとマイクロコンピュータを用いたスカイフック制御を行った。スカイフック制御を行う際には、想定した制御入力と実際に作用した制御入力の誤差を小さくするため、誤差を2種類のパターンに分けて、制御入力の重みをそれぞれのパターンに応じて変更できるようにした [3]。

T. P. J van der Sande らの研究では、ISO 基準の路面からアクティブサスペンションへ入力されるホワイトノイズから車体、アクティブサスペンション、車輪の移動に関する重み関数を設計することで、ホワイトノイズを誤差として考えた H_∞ 制御系を設計し、その有効性を検証した [4]。

一方、現在、1台の車両に100個を超えるマイクロプロセッサが搭載され、センサ信号などの処理や各種制御を行っている。しかし、上記の研究ははじめ関連研究では、アクティブサスペンションに関して、マイクロプロセッサへの実装を考慮した研究は少ない。そこで本研究では、今後のマイクロプロセッサへの実装を考慮したアクティブサスペンション方式を提案するため、マイクロプロセッサ実装上の課題を抽出することを目的とする。

1) 東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科 電気電子工学コース

2) 東京都立産業技術高等専門学校 創造工学専攻 電気電子工学コース 在学

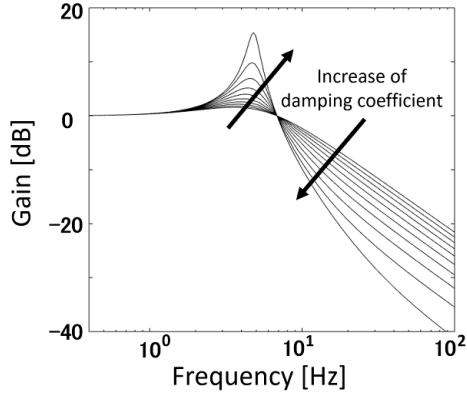


Fig. 1 Bode magnitude plot of a passive suspension

2. パッシブサスペンションとアクティブサスペンションの比較 [1]

本節では両者を比較し、アクティブサスペンションの必要性について述べる。

2.1 パッシブサスペンション

ここでは、最も簡単な1自由度の振動系について考える。x軸を鉛直方向にとり、質量 $m[\text{kg}]$ の車体が、粘性係数 $C[\text{kg/s}]$ のダンパとバネ定数 $k[\text{N/m}]$ のバネが並列になったパッシブサスペンションにより支えられているとする。バネは車体の重力により自然長より縮む。そのときの車体の位置を原点とし、原点からの車体の位置を $x_p[\text{m}]$ 、バネ下端の位置を $x_u[\text{m}]$ 、車体に作用する慣性力などを $f_d(t)[\text{N}]$ とする。なお、バネ下端の位置 x_u は走行中、路面の状況により常に変化する。以上よりパッシブサスペンションの運動方程式は

$$m\ddot{x}_p = -k(x_p - x_u) - c(\dot{x}_p - \dot{x}_u) + f_d \quad (1)$$

となる。式(1)より、車体の位置 x_p は、慣性力 $f_d(t)$ とバネ下端の位置 x_u の二つの入力に依存する。最初に入力が慣性力 $F_d(s)$ 、出力が車体の位置 $X_p(s)$ の伝達関数について検討する。

$$\frac{X_p(s)}{F_d(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (2)$$

式(2)よりDCゲインは $1/k$ となるため、旋回時における慣性力 $f_d(t)$ の影響を少なくするためには、バネ定数 k を大きくしなければならない。しかし、バネ定数 k が大きくなるとダンパのローパスフィルタのカットオフ周波数が高くなり、乗り心地が悪くなる。また、慣性力 $f_d(t)$ などによる振動を迅速に減衰するためには粘性係数 $C[\text{kg/s}]$ を大きく設定すればよい。次に、入力が慣性力 $X_u(s)$ 、出力が車体の位置 $X_p(s)$ の伝達関数について検討する。

$$\frac{X_p(s)}{X_u(s)} = \frac{k + cs}{ms^2 + cs + k} \quad (3)$$

式(3)は式(2)と異なり、零点 $-k/c$ によりバネ定数 k の値によらずDCゲインは1になる。このため、バネ下端の位置 x_u の時間的な変化がステップ状の場合は、車体の位置 $X_p(s)$ はその量だけ変化する。図1に粘性係数 C を変化したときの特性を示す。なお、シミュレーションは、 $m=1200[\text{kg}]$ の車体が、粘性係数 $C=100\sim 10000[\text{kg/s}]$ のダンパとバネ定数 $k=28000[\text{N/m}]$ のパッシブサスペンションで支えられていると仮定してMATLABにより求めた。パッシブサスペンションでは、車体に作用する慣性力 $f_d(t)[\text{N}]$ とバネ下端の位置 x_u に関して同時にロバストな特性を与えることはできない。そこで、走行状態に応じて粘性係数 $C[\text{kg/s}]$ を自動的に調節するセミアクティブサスペンションが提案されている。

2.2 アクティブサスペンション

パッシブサスペンションのように機械的なダンパによる制振ではなく、アクチュエータにより人為的に直接車体にダンピング力 $-c\dot{x}_p[\text{N}]$ を加える手法である。この手法は、空に固定された天井にダンパが固定された状態と捕らえることができるため、スカイフックダンパ系とも呼ばれる。このときの運動方程式は、

$$m\ddot{x}_p = -k(x_p - x_u) - c\dot{x}_p + f_d \quad (4)$$

となる。式(4)より以下の二つの伝達関数が求まる。

$$\frac{X_p(s)}{F_d(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (5)$$

$$\frac{X_p(s)}{X_u(s)} = \frac{k}{ms^2 + cs + k} \quad (6)$$

式(5)は式(2)と同一のため、車体に作用する慣性力 $f_d(t)[\text{N}]$ に関するロバスト性はパッシブサスペンションと同一である。一方、式(6)は式(3)と異なり、零点が消滅するため、粘性係数 $C[\text{kg/s}]$ を変化しても、ダンパのローパスフィルタとしての特性が失われない。

2.3 ロバスト制御の必要性

アクティブサスペンションに関する制御系の設計では、制御則は、一般に、制御対象は線形かつ時不変、摩擦などの外乱はないなど理想的な状態、ノミナルモデル(Nominal model)に基づいて導かれる。しかし、実際には、車体の質量は積載物や搭乗者数により変化する。さらに、ダンパやバネの特性は非線形であり、可動部分には大きな摩擦力も発生する。そこで、このように実際の車両はノミナルモデルから変動しているため、車両のパラメータが変動しても制御系が不安定にならず設計時の特性を維持できるロバスト制御の導入が必要になる。

以上の検討を踏まえ、本研究ではストラット式サスペンションシステムを1軸アームにより構成し、ロバスト制御によるアクティブサスペンション実験を今後実施する予定である。

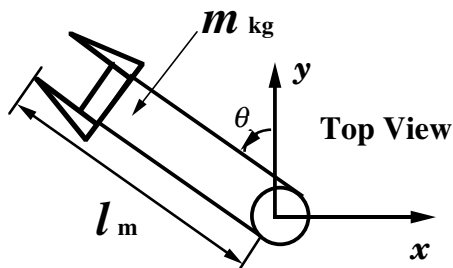


Fig. 2 One link arm

3. シミュレーションによる1軸アームのLMIに基づいた H_∞ 制御

3.1 1軸アームのモデル

本論文では、本格実験実施の準備として、図2に示す最も簡単な1軸アームの剛体モデルについて考える。モータに流れる電流を i [A]、モータの回転位置を θ [rad] とし、状態変数 x_p を $[x_3 \ x_2 \ x_1] = [i \ \theta \ \dot{\theta}]$ としたときの1軸アームの状態方程式を以下に示す [5]。

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p x_p + B_p u \\ y &= C_p x_p \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、今後本研究で使用する予定の実験装置の各種パラメータ代入した結果を以下に示す [5]。

$$A_p = 1.0e4 \cdot \begin{bmatrix} -1.4444 & 0 & -0.2688 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0.0378 & 0 & -0.0015 \end{bmatrix}$$

$$B_p = 1.0e4 \cdot [0.55556 \ 0 \ 0]^T$$

$$C_p = [0 \ 1 \ 0]$$

なお、この状態方程式において、入力 u はモータへの電流 i 、使用するモータの効率及び減速比で定まる定数を K 、減速機効率を η_g とすると

$$u = K \eta_g i \quad (8)$$

となり、出力 y はモータの回転位置 θ である。減速機効率 η_g のノミナル値は 0.90 である。

3.2 状態フィードバックに基づいたレギュレータ

図3に示すように、式(7)に示す1軸アームに関して状態フィードバックを施してレギュレータを構成する。ここでは、閉ループ系の極が -100 , -150 , -200 になるように MATLAB の関数 *place* を使用してフィードバックゲイン $K = [-2.5218 \ 1.4286 \ -0.4077]$ を求めた。図4にモータ初期値として、回転位置を 1 [rad]、回転速度を 0 [rad/s]、電流を 0 [A] にしたときの応答を MATLAB/Simulink により求めた。図4から時間の経過とともに回転位置が 0 [rad] になり、レギュレータとして機能していることがわかる。

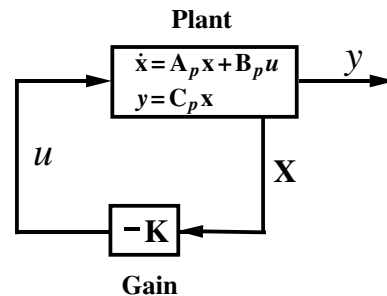


Fig. 3 A nominal plant with a state feedback

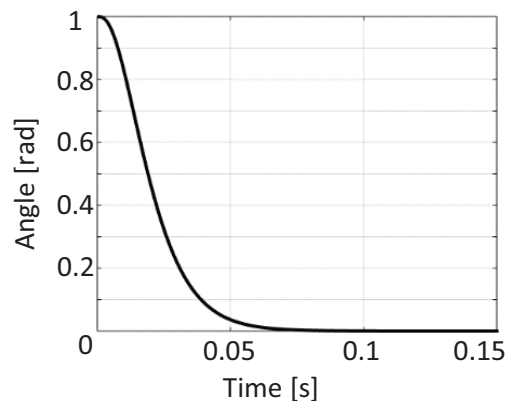


Fig. 4 Arm rotational position by using a state feedback

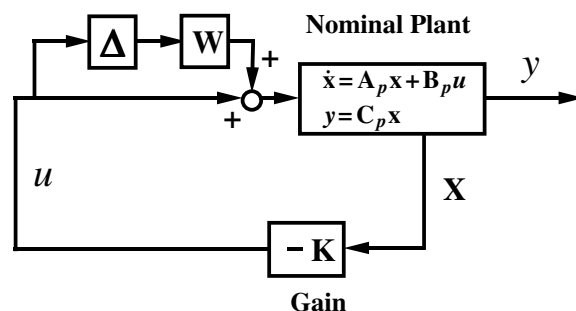


Fig. 5 A deviated plant with a state feedback

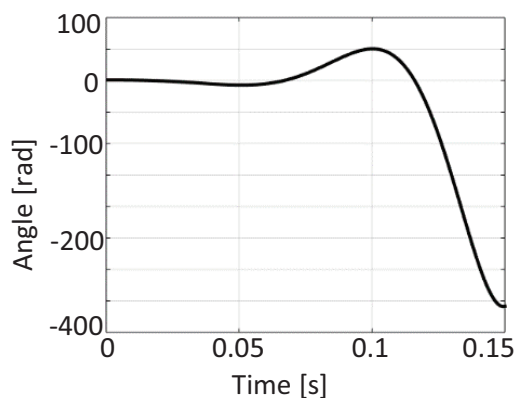


Fig. 6 Arm rotational position under a plant parameter variation

次に、プラントパラメータをノミナル値変化させた場合を考える。図5において、 Δ ブロックや W ブロックはプラントパラメータの変動を表す。図6にプラント

パラメータの変動として、減速機の効率 η_g を 10% 変化させたときの応答を示す。図 6 より制御系が不安定になっており、パラメータ変動時でも制御系が安定になるようなロバスト制御系を導入する必要がある。

3.3 LMI に基づいたロバストコントローラ的设计

制御系の設計では、応答の立ち上がり時間や整定時間など複数の制御使用が与えられる。このような制御仕様を複数の線形行列不等式 (Linear Matrix Inequality, LMI) により表現し、この LMI に基づいてコントローラを設計する手法が 1990 年代に確立され、現在広く普及している [6]。ここでは、式 (8) に示す減速機効率 η_g が変化するとき制御系が安定になるロバストコントローラを設計する [6]。式 (8) より減速機効率 η_g は、制御対象への入力 u に関するゲインなので、図 7 に示すように減速機効率 η_g の実際変動幅 $\Delta\eta_g$ は、正規化された変動幅 $-1 < \Delta < 1$ と重み係数 W を用いて

$$\Delta\eta_g = W\Delta \quad (9)$$

と表現される。図 7 よりパラメータ変動を考慮したプラントの状態方程式は以下になる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p x_p + B_p W \Delta u + B_p u \\ y &= C_p x_p \end{aligned} \quad (10)$$

また、コントローラの状態方程式を

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= A_k x_k + B_k y \\ u &= C_k x_k \end{aligned} \quad (11)$$

とする。ここで、新たに状態変数 $x_c = [x_p \ x_k]^T$ を定義すると、閉ループ制御系の状態方程式は、図 7 及び式 (10)、式 (11) より

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= A_c x_c \\ y &= C_c x_c \end{aligned} \quad (12)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} A_p + B_p(W+1)D_k C_p & B_p(w+1)C_k \\ B_k C_p & A_k \end{bmatrix} \\ C_c &= [C_p \ 0] \end{aligned}$$

とする。式 (12) はレギュレータであり、プラントパラメータが変化しても制御系が安定し、出力 y が時間の経過とともに 0 に収束するようにロバストコントローラを設計する。図 7 において Δ ブロックへの入力信号は u である、ここで、 Δ ブロックからの出力信号を w とし、これらの入出力信号線を残して Δ ブロックを削除する。次に、入力が w 、出力が u のシステム H を考える。プラントパラメータの変化 Δ の影響を可能な限り小さくかつ制御系が常に安定なるように、スモールゲイン定理よりシステム H のノルムは 1 より小さく設定する。なお、 H_∞ 制御では、システム H のノルムとして無限大ノルムを適用する。入力がコントローラ

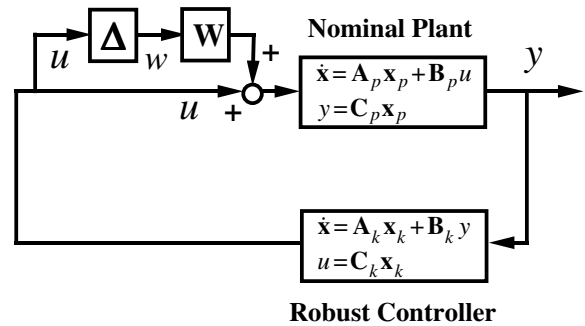


Fig. 7 Output feedback by using a continuous-time controller

出力 u 及びパラメータ変動 w 、出力が y であるプラントは式 (7) 及び図 7 から

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p x_p + B_p W w + B_p u \\ y &= C_p x_p \end{aligned} \quad (13)$$

で表現される。このプラントに式 (11) に示すコントローラ出力をフィードバックしたときの状態方程式は以下になる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= A_c x_c \\ y &= C_c x_c \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、

$$A_c = \begin{bmatrix} A_p + B_p D_k C_p & B_p C_k \\ B_k C_p & A_k \end{bmatrix}$$

$$B_c = [B_p W \ 0]^T$$

$$C_c = [D_k C_p \ D_k]$$

とする。さらに、減速機効率 η_g に関する LMI の仕様を以下に示す。

- ノミナル値:0.90
- 誤差:±10%
- 最小値:0.90·(1-0.1)=0.81
- 最大値:0.90·(1+0.1)=0.99
- 重みの値 W:0.1
- 重みの値の計算方法:0.90·(1+ΔW)

実機によるロバスト制御系の検証に使用する 1 軸アームのパラメータを用いてコントローラを求める [5]。

$$A_k = 1.0e5 \cdot \begin{bmatrix} -0.1109 & 0.0007 & 0.3258 \\ -1.9394 & 0.0053 & 6.9102 \\ -0.0156 & 0.0001 & 0.0420 \end{bmatrix}$$

$$B_k = 1.0e6 \cdot [2.1484 \ 0.1930 \ 0.3453]^T$$

$$C_k = [-2.3046 \ 0.0063 \ 3.6619]$$

$$D_k = [-0.2538]$$

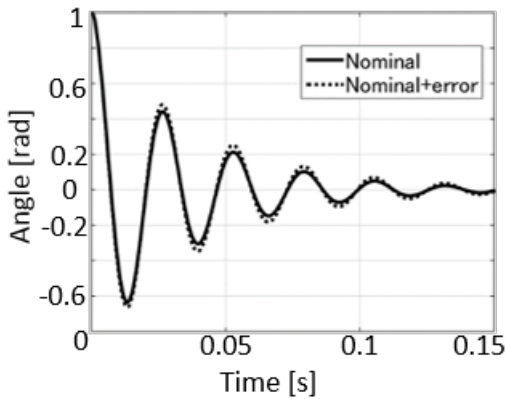


Fig. 8 Arm position by using a continuous-time controller

図8にロバストコントローラを用いた場合のシステムの応答を示す。パラメータ変動がある場合でも回転位置は初期値1[rad]から0[rad]まで減少し、制御系は安定である。

3.4 ロバストコントローラの離散化

上記のLMIに基づいたロバストコントローラ的设计では、連続時間系に基づいて制御系を設計した。ここでは、求めた連続時間系のコントローラをマイクロプロセッサへ実装するため、MATLABの関数 *c2d* を使用して0次ホールドにより離散化する。サンプリング時間を1msに設定したときのコントローラを以下に示す。

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} -0.7813 & 0.0065 & 4.5024 \\ -33.8430 & 0.6301 & 156.1161 \\ -0.1817 & 0.0071 & 1.1325 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_k = [243.0 \quad -2.0538e4 \quad 57.1416]^T$$

$$\mathbf{C}_k = [-2.3046 \quad 0.0063 \quad 3.6619]$$

$$\mathbf{D}_k = [-0.2538]$$

図9に出力フィードバックによる離散化ロバスト制御系を示す。コントローラは離散時間系で、制御対象は連続時間系で表現されている。図10にサンプリング時間を1msに設定し、プラントパラメータはノミナル値の場合の応答を示す。図8に示す連続時間系の場合とは異なり、制御系が不安定になる。従って、LMIに基づいたロバストコントローラ的设计では、求めた連続時間系のコントローラを離散化するのではなく、すべてを離散時間系で表現し、離散時間系コントローラを直接設計する必要があることがわかった。

4. 結論

車両の操作性と乗り心地の両者を満足させるためには、アクティブサスペンションが必要なことがわかった。また、アクティブサスペンションでは、制御対象のパラメータ変化に対応するためロバスト制御が必須である。ロバストコントローラをマイクロプロセッサへ実

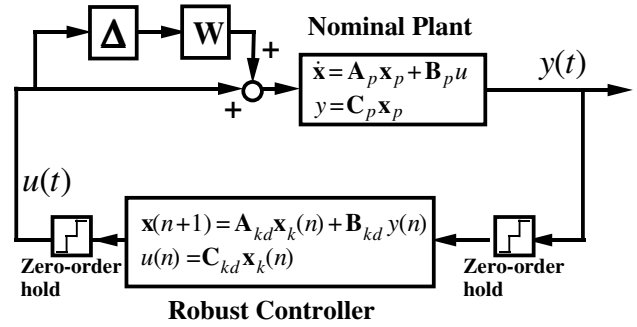


Fig. 9 Output feedback by using a discrete-time controller

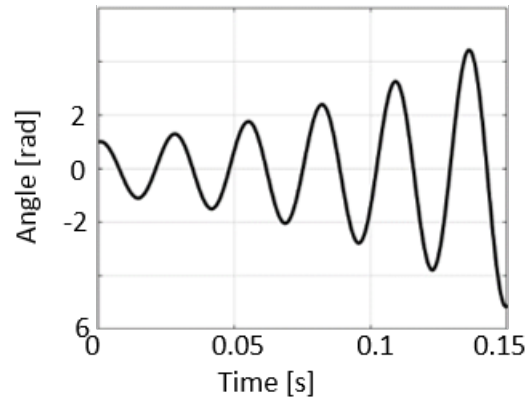


Fig. 10 Arm position by using a discrete-time controller

装するため、離散時間系でのコントローラ設計手法を導入、開発する必要がある。今後、マイクロプロセッサの語長、すなわち、基本的に扱えるビット数を考慮したコントローラの実装手法を提案し、実機による検証を行う。

5. 参考文献

- [1] 永井正夫, “特集 アクティブコントロール—制御理論の最先端 アクティブサスペンションの制御と制御理論, J. SISE, Vol. 32, No. 4, pp.290–295, 1993.
- [2] Keum-Shik Hong, Hyun-Chul Sohn, J. Karl Hedrick, “Modified Skyhook Control of Semi-Active Suspensions: A New Model, Gain Scheduling, and Hardware-in-the-Loop Tuning,” ASME, Vol. 124, pp.158–167, 2002/3.
- [3] KA C. CHEOK, NAN-KHANG LOH, H. DEAN MCGEE, THOMAS F. PETIT, “Optimal Model-Following Suspension with Microcomputerized Damping,” IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, VOL. IE-32, NO. 4, pp. 364–371, 1985/9.
- [4] T.P.J. van der Sande, B.L.J. Gysen, I.J.M. Besselink, J.J.H. Paulides, E.A. Lomonova, H. Nijmeijer, “Robust control of an electromagnetic active suspension system: Simulations and measurement,” ELSEVIER, Mechatronics, pp.204–212, 2012/8/15.
- [5] Quancer Inc., “SRV02 Rotary Flexible Joint User Manual,” Quancer Inc., pp.11–12, 2011.
- [6] 蛭原 義雄 “LMI によるシステム制御 ロバスト制御系設計のための体系的アプローチ,” 森北出版株式会社, 第1版, 第1刷, pp.151–196, 2012/3/2.