ノイズリダクション手法を利用したロバストパラメータ推定

— 逐次最小二乗法に関する検証 —

Robust Parameter Estimation by Using Noise Reduction Method
— The Verification on The Recursive Least Squares Method —

青　木　　立[1)]，　川　田　　誠　一[2)]

Tatsu　Aoki[1)]，　Seiichi　Kawata[2)]

Abstract: There are power/size and price/cost constraints in realizing embedded mechatronic systems. In order to meet these specifications, fixed-point microprocessors with a short word-length are suitable for control and real-time identification. From calculation time and accuracy, simple and reliable identification algorithm for fixed-point arithmetic is required. Thus, we proposed previously the simple method that estimates directly physical plant parameters by unifying MRAC and delta form. However, the proposed method may suffer from parameter estimation errors due to measurement noise. In this paper signal processing for identification is proposed. The principle is based on noise reduction methodology. High-pass and low-pass filter are inserted for plant input and output, respectively so that the input-output relation of the plant does not change. Since high-frequency noise or measurement noise is reduced by low-pass filter, S/N ratio of plant output can be increased. As an illustration, ARX models on first- and second- order systems by using recursive least squares are considered. Simulation results show that parameter estimation errors can be greatly reduced by the proposed method.

Keywords: System identification, ARX model, Digital controller, Microprocessor control

1. はじめに

メカトロニクスシステムの開発では，近年の低価格競争のため安価なハードウェアとソフトウェア及びシステム全体の開発期間の短縮化が求められている．組込みシステムではさらに小型かつ低消費電力が要求されるため，8ビットなど語長が短い安価な固定小数点マイクロプロセッサが用いられる．

一方，マイクロプロセッサを核としたコントローラ，すなわち，制御系を設計するためには制御対象をモデル化する必要がある．しかし，得られるモデルは離散時間系で表現され，パラメータは連続時間系における減衰係数や固有振動数など物理パラメータとは大きく異なる．制御対象の物理パラメータをリアルタイムで直接推定できれば，制御系の設計が容易になるだけではなく，その自動化が可能になる．しかし，高次系や高速サンプリングシステムにおける離散時間から連続時間系へのモデル変換は，数値的な不安定性のため信頼性がない[1-2]．さらに，従来手法である逐次最小二乗法に基づいた推定アルゴリズムは，演算量及び演算精度の面から固定小数点マイクロプロセッサへの実装は困難である．これらの問題を解決するため，モデル規範型制御(Model Reference Adaptive Control, MRAC)や単純適応制御(Simple Adaptive Control, SAC)とデルタ形式を融合することによりリアルタイムで物理パラメータを直接推定する手法を提案した[3-4]．これらに必要な主な演算は適応制御におけるパラメータ更新演算のため，逐次最小二乗法と比べ演算量が大幅に減少した．しかし，図1に示す計測ノイズによりパラメータ推定誤差が発生するため，推定精度の向上が課題である[5-6]．

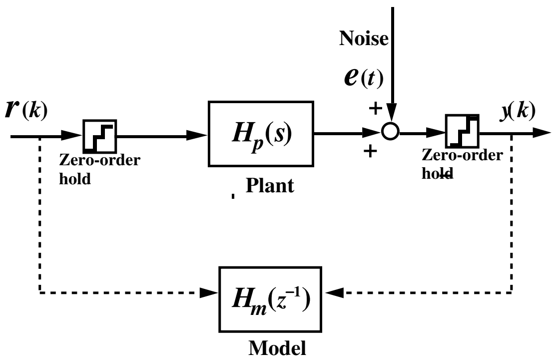


Fig. 1 The parameter estimation considering the measurement noise

本論文では，ノイズリダクション手法をパラメータ推定に応用することにより推定精度を向上させる手法を提案する．さらに，逐次最小二乗法に基づいたARXモデルに関するパラメータ推定を例に提案手法の有効性を検証する．

1)東京都立産業技術高等専門学校　ものづくり工学科, 電気電子工学コース 2)産業技術大学院大学

2. 逐次最小二乗法に基づいたARXモデル

ARXモデルは遅延オペレータq^{-1}を用いると次式で表現される[7-8].

$$y(k)=\frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}q^{-l}u(k)+\frac{1}{A(q^{-1})}e(k) \tag{1}$$

ここで，$u(k)$はプラント入力，$y(k)$はプラント出力，$e(k)$は計測ノイズとする．また，プラントパラメータを

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1+a_1q^{-1}+a_2q^{-2}+\cdots+a_nq^{-n} \\ B(q^{-1}) &= b_1q^{-1}+b_2q^{-2}+\cdots+b_nq^{-n} \end{aligned}$$

とする．さらに，推定パラメータを

$$\mathbf{\Theta}(k)=[a_1(k)\ \cdots a_n(n)\ \ b_1(k)\ \cdots\ b_n(n)\ ]^T$$

とし，システムの状態を

$$\phi(k)=[-y(k-1)\cdots-y(k-n)\quad u(k-1)\cdots u(k-n)]^T$$

と定義すると，式(1)は

$$y(k)=\phi^T(k)\mathbf{\Theta}(k-1)+e(k) \tag{2}$$

と表現される．推定パラメータ$\hat{\mathbf{\Theta}}(k-1)$に基づいたプラント出力の予測値$\hat{y}(k)$は以下で求まる．

$$\hat{y}(k)=\phi^T(k)\hat{\mathbf{\Theta}}(k-1) \tag{3}$$

この予測値と実際値の誤差$\tilde{y}(k)$は

$$\tilde{y}(k)=y(k)-\phi^T(k)\hat{\mathbf{\Theta}}(k-1) \tag{4}$$

になる．再帰的ではない最小二乗法では推定パラメータは時間により変化しないため式(4)は

$$\tilde{y}(k)=y(k)-\phi^T(k)\mathbf{\Theta} \tag{5}$$

になる．N個の入出力データペアの場合，行列を用いて式(5)を表現することができる．

$$\tilde{\mathbf{Y}}=\mathbf{Y}-\mathbf{\Phi}\,\mathbf{\Theta} \tag{6}$$

ただし，

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Y}} &= [\,\tilde{y}(1)\quad\cdots\quad\tilde{y}(k)\,]^T \\ \mathbf{Y} &= [\,y(1)\quad\cdots\quad y(k)\,]^T \\ \mathbf{\Phi} &= [\,\phi(1)\quad\cdots\quad\phi(k)\,]^T \end{aligned} \tag{7}$$

とする．ここで，誤差の二乗の和J

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=1}^{N}\tilde{y}^2(i) \\ &= \tilde{\mathbf{Y}}^T\tilde{\mathbf{Y}} \\ &= (\mathbf{Y}-\mathbf{\Phi}\,\mathbf{\Theta})^T(\mathbf{Y}-\mathbf{\Phi}\,\mathbf{\Theta}) \end{aligned} \tag{8}$$

が最小になるような$\mathbf{\Theta}_{LS}$はJを$\mathbf{\Theta}_i$で微分することにより得られる．

$$\mathbf{\Theta}_{LS}=\left(\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Phi}\right)^{-1}\mathbf{\Phi}^T \tag{9}$$

重み付き逐次最小二乗法は，忘却係数をλとすると，誤差

$$J=\sum_{i=1}^{N}\lambda^{N-i}\tilde{y}^2(i) \tag{10}$$

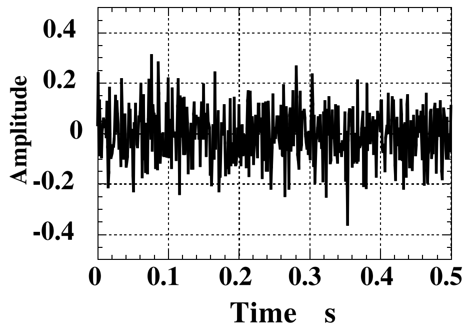


Fig. 2 Measurement noise

が最小になるように逐次パラメータを推定する．式(9)に示す$\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Phi}$の項に着目して$\mathbf{\Phi}^T(k)\mathbf{\Phi}(k)$の項を$\mathbf{\Phi}^T(k-1)\mathbf{\Phi}(k-1)$の項で表現することにより次式が得られる[7-8].

$$\hat{\mathbf{\Theta}}(k)=\hat{\mathbf{\Theta}}(k-1)+\mathbf{L}(k)\left(y(k)-\phi^T(k)\hat{\mathbf{\Theta}}(k-1)\right) \tag{11}$$

ここで，$\mathbf{L}(k)$は以下により求まる．

$$\mathbf{L}(k)=\frac{\mathbf{P}(k-1)\phi(k)}{\lambda+\phi^T(k)\mathbf{P}(k-1)\phi(k)} \tag{12}$$

$$\mathbf{P}(k)=\frac{1}{\lambda}\left(\mathbf{P}(k-1)-\frac{\mathbf{P}(k-1)\phi(k)\phi^T(k)\mathbf{P}(k-1)}{\lambda+\phi^T(k)\mathbf{P}(k-1)\phi(k)}\right) \tag{13}$$

3. システム同定結果

3.1 連続時間系のモデル

ここでは以下に示す1次系及び2次系について考える．

- **1次系**

$$H_1(s)=\frac{b_p}{s+a_p} \tag{14}$$

$$a_p=100:b_p=200$$

- **2次系**

$$H_2(s)=\frac{b_{p2}}{s^2+a_{p1}s+a_{p2}} \tag{15}$$

減衰係数ζ=0.01：角振動数ω_n=100rad/s

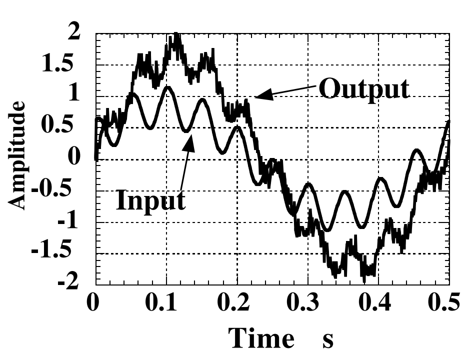
$$a_{p1}=2:a_{p2}=10000:b_{p2}=20000$$

3.2 シミュレーション結果

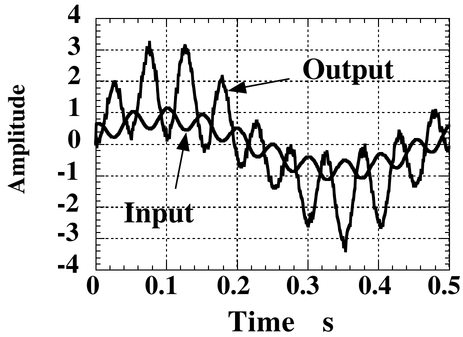
シミュレーションにはMatlab/Simulink及びSystem identification Toolboxを用いた．サンプリング周期Tは1msに，忘却係数λは0.98に設定した．なお，プラントの入力は提案手法と同一条件にするため，以下に示す正弦波を後述するハイパスフィルタを通過させた信号を用いた．

$$u(k)=\sin(2\pi 2kT)+0.1\sin(2\pi 20kT) \tag{16}$$

なお，観測ノイズは図2に示すようにホワイトノイズとし，パワーは1×10^{-5}に設定した．図3にプラントの入出力を示し，図4から図6にパラメータ推定結果を示す．観測ノイズがある場合は大きな推定誤差が発生する．従って，パラメータ推定誤差を減少させるためにはS/N比を向上させる必要があることがわかった．

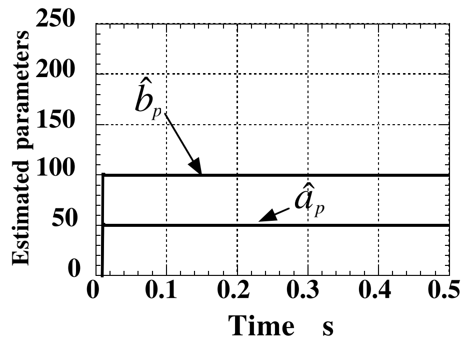


(a) First-order system

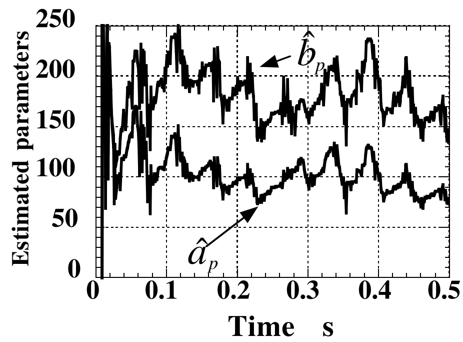


(b) Second-order system

Fig. 3 Plant input and output

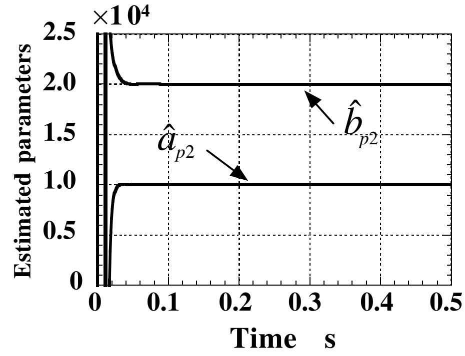


(a) Estimated parameters

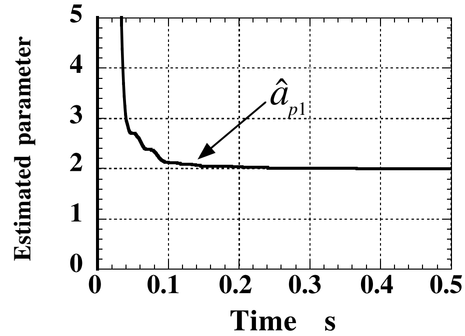


(b) Estimated parameters under measurement noise

Fig. 4 Parameter estimation on first-order system

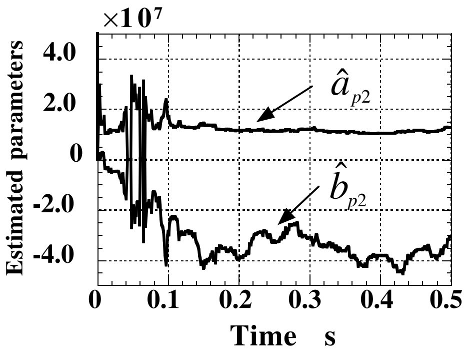


(a) Estimated parameters

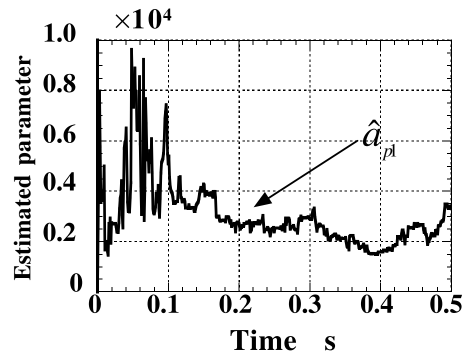


(b) Estimated parameter

Fig. 5 Parameter estimation on second-order system



(a) Estimated parameters



(b) Estimated parameter under measurement noise

Fig. 6 Parameter estimation on second-order system

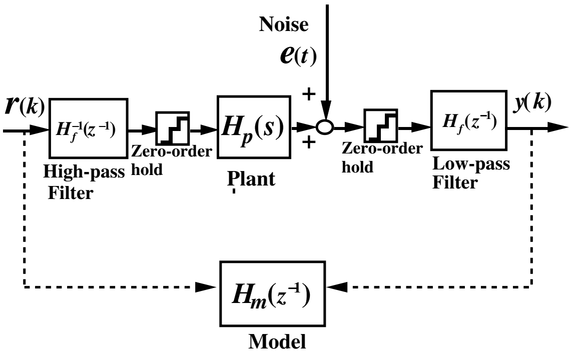


Fig. 7 System modeling by using noise reduction method

4. ノイズリダクション手法のシステムモデリングへの応用

4.1 提案手法

プラント出力データのS/N比を向上させるため，テープレコーダから発生するヒスノイズを低減させるノイズリダクション手法を応用する．この基本原理は記録時に高域を強調し，再生時に高域を減衰させることにより，再生信号と入力信号の等価性を保持しながら高周波ノイズを低減させる手法である．図7に提案手法を示す．プラントの入力にハイパスフィルタ$H_f^{-1}(z^{-1})$を，出力にローパスフィルタ$H_f(z^{-1})$をそれぞれ挿入する．ここでは最も簡単な1次フィルタを使用した．

- **ローパスフィルタ**

$$H_f(z^{-1}) = \frac{b_f}{1 - a_f z^{-1}} \tag{17}$$

- **ハイパスフィルタ**

$$H_f^{-1}(z^{-1}) = \frac{1 - a_f z^{-1}}{b_f} \tag{18}$$

ここで，$a_f = e^{-2\pi f T}$とする．

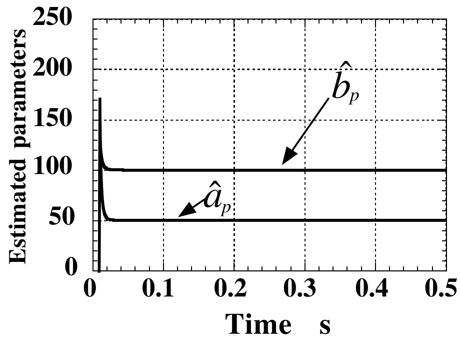
なお，式(17)に示すローパスフィルタの入出力をそれぞれ$x(k)$，$y(k)$とすると

$$y(k) = a_f y(k-1) + b_f x(k) \tag{19}$$

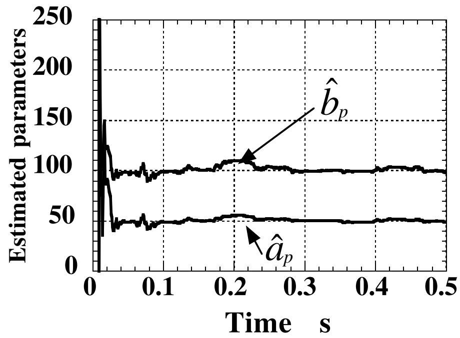
となる．フィルタ出力$y(k)$を求めるためには，現サンプリング時に取得した入力$x(k)$を用いる必要がある．マイクロプロセッサを用いたディジタル制御では，式(17)に示すローパスフィルタの演算処理時間だけ出力が遅延する．従って，この演算処理時間が無視できるようにサンプリング周期Tを長く設定するか，もしくは，より高速なマイクロプロセッサを使用する必要がある．

4.2 シミュレーション結果

逐次最小二乗法と同一の条件を設定した．すなわち，サンプリング周期Tは1msに，忘却係数λは0.98に設定し，プラント入力は式(16)に示す正弦波を用いた．また，観測ノイズは図2に示すようにホワイトノイズとし，パワーは1×10^{-5}に設定した．式(17)-(18)に示すフィルタのカットオフ周波数fは5Hzに，b_fは1/25に設定した．

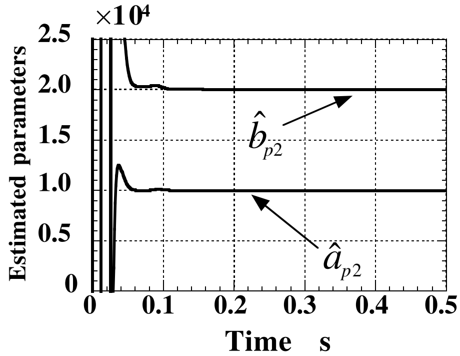


(a) Estimated parameters

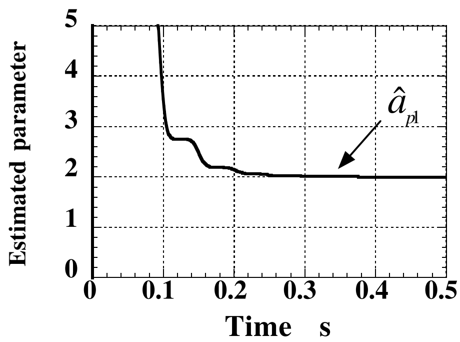


(b) Estimated parameters under measurement noise

Fig. 8 Parameter estimation on first-order system

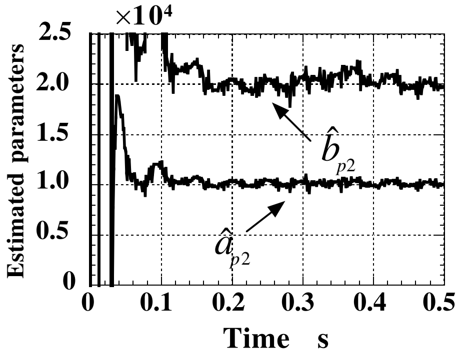


(a) Estimated parameters

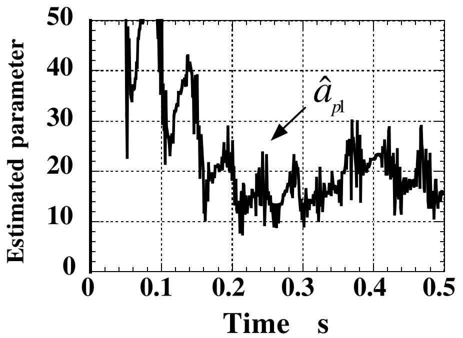


(b) Estimated parameters

Fig. 9 Parameter estimation on second-order system

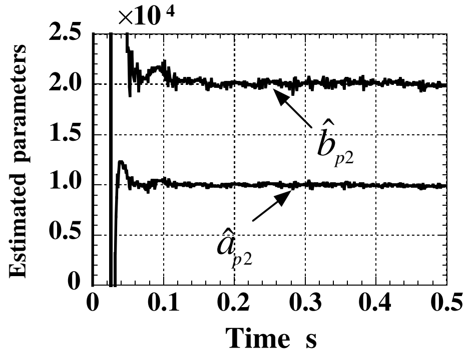


(a) Estimated parameters under measurement noise

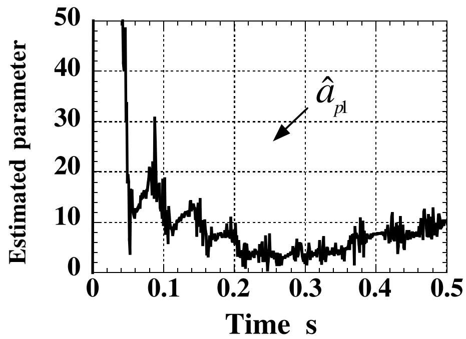


(b) Estimated parameters under measurement noise

Fig. 10 Parameter estimation on second-order system f=5Hz



(a) Estimated parameters under measurement noise



(b) Estimated parameters under measurement noise

Fig. 11 Parameter estimation on second-order system f=0Hz

本提案手法によりパラメータを推定することが可能かどうかを確認するため，計測ノイズがない場合に関する推定結果を図8(a)及び図9にそれぞれ示す．これらから提案手法によりパラメータを推定することが可能であることがわかる．次に，計測ノイズが混入した場合の推定結果を図8(b)及び図10に示す．従来手法と比べてパラメータ推定誤差が大幅に軽減されている．2次系に関してさらにパラメータ推定誤差を減少させるために，フィルタのカットオフ周波数を0Hzに設定した．この場合，式(17)-(18)よりハイパスフィルタは微分演算に，ローパスフィルタは積分演算になる．プラントへの入力信号はマイクロプロセッサからプログラムにより発生させるため，量子化ノイズが含まれるが，パラメータ推定への影響は非常に少ないと考える．図11に微分，積分フィルタを挿入したときの推定結果を示す．推定誤差がさらに減少している．

5. 結　論

逐次最小二乗法に基づいたARXモデルに関して，計測ノイズにより発生するパラメータ推定誤差を減少させる手法を提案した．本手法はノイズリダクション手法に基づいている．1次系及び2時次系に関するシミュレーションにより，パラメータ推定誤差を大幅に減少できることがわかった．なお，本手法はプラントの前後にフィルタを挿入するだけで実現できるため，他の推定手法にも容易に応用可能である．

6. 謝　辞

本研究は平成23年度より設置された公立大学法人　首都大学東京　大学・高専連携事業基金による共同研究、「組込み型メカトロニックシステムの実用化に関する研究（研究期間３年)」の助成によって行われた．

参考文献

[1] M. Gevers, A Personal View of the Development of System Identification, IEEE Control System Magazine, 26-6, pp.93-105, 2006
[2] L. Ljung, Perspectives on Systems Identification, Proc. of IFAC World Congress 2008, 27-15, pp.15736-15747, 2008
[3] T. Aoki, S.Kawata, On-Line Physical Parameter Estimation by Using Model Reference Adaptive Control Method based on the Modified Delta Form, Proc. of SICE Annual Conference, pp.1897-1902, 2011
[4] 青木立, 川田誠一, 単純適応制御に基づいたシステムモデリング– デルタ形式による物理量のリアルタイム推定 –, 第54回自動制御連合講演会予稿集, pp.351-354, 2011
[5] T. Aoki, S.Kawata, Robust Physical Parameter Estimation by Using MRAC Based on the Inverse Normalized Delta Operator, Proc. of SICE Annual Conference 2012, pp.1110-1115, 2012
[6] 青木立, 川田誠一, モデル規範型制御を応用したシステムモデリング – 外乱オブザーバの導入によるパラメータ推定精度の向上 –, 第55回自動制御連合講演会予稿集, pp.811-814, 2012
[7] G. Franklin, J. Powell, and M. Workman, Digital Control of Dynamic Systems third ed., Addison Wesley, pp.503-509, 1998
[8] L. Ljung, System Identification - Theory for the user-, pp.305-307 Prentice-Hall, 1989