

システム同定アルゴリズムに関するロバスト性の検証

— 逐次最小二乗法に関する検証 —

The Verification of The Robustness of The System Identification Algorithm — The Verification on The Recursive Least Squares Method —

青 木 立¹⁾, 川 田 誠 ^{—2)}

Tatsu Aoki¹⁾, Seiichi Kawata²⁾

Abstract: The mathematical model of a plant is required in order to design a control system. Especially, the system parameters must be estimated in real-time to keep the desired control performance in the case of the plant parameter variations. Though the number of identification method are proposed, they need much amount of calculation and the calculations methods are based on double precision floating point arithmetic. Then, it is difficult for the fixed point microprocessor whose word length is short to calculate the algorithm precisely within sampling interval. Thus, the aim of this research is to propose a system identification method for the embedded mechatronic control systems. As a first step of this research, system parameter estimation on 2nd-order system is considered. ARX model is adopted as a system model and system parameters are estimated by the recursive least squares with forgetting factor. As a disturbance, noise is injected in the plant output, dead zone and offset are injected in the plant input to verify the robustness of the algorithm. Simulation results show that the measurement noise on the plant output gives most large effect at the parameter estimation error.

Keywords: System identification, ARX model, Digital controller, Microprocessor control

1. はじめに

組込み型メカトロニクスシステムでは省エネルギー化, 省スペース化, 低コスト化などから8ビットなど語長が短い固定小数点マイクロプロセッサが用いられる. 語長が短い固定小数点演算では, 制御アルゴリズム係数の表現誤差や狭いダイナミックレンジのため演算精度が低くなる. その結果, 仕様を満たす制御性能の実現が困難なだけでなく, 制御系が不安定になる. この数値的不安定性は, デルタオペレーション手法により大幅に改善される[1-6]. 筆者はデルタオペレータに基づいた手法を実用化することにより, 制御アルゴリズムの実装手法及びモデルマッチングに基づいた2自由度コントローラ的设计法を確立した[7-16].

ところで, 制御系を設計するためには制御対象に関する数式モデルが必要となる. 制御対象の特性が時間的に大きく変化する場合には, 所定の制御性能を維持するためオンラインでのシステムのモデリングが必要になる. このため, 従来から種々の手法が提案されている[17-18]. しかし, 従来手法は演算量が多く, オフラインかつ倍精度浮動小数点演算を前提にしている. このため, 語長が短い固定小数点マイクロプロセッサでは演算精度の確保やサンプリング間隔内での演算処理が困難であり, 従来手法を組込み型メカトロニクスシステムに直ちに応用できない.

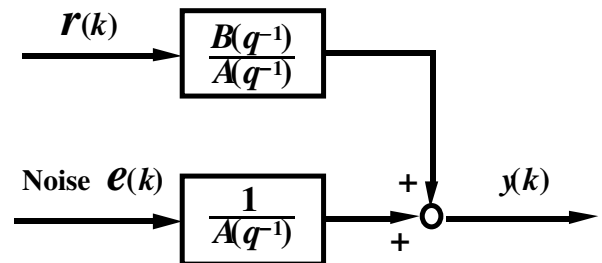


Fig. 1 The ARX model

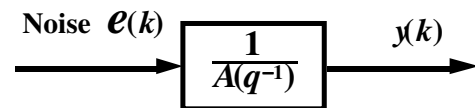


Fig. 2 The AR model

本研究では演算精度が低く, 演算速度が遅い固定小数点マイクロプロセッサを用いた場合でも, オンラインでパラメータ推定が可能な手法の開発を目的とする. 研究の第1段階として, 図1に示すARXモデルに関して逐次最小二乗法によりパラメータを推定する. なお, ARXモデルは図2に示すARモデルに外部入力を加えたモデルである.

1)東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科, 電気電子工学コース 2)産業技術大学院大学

2. ARXモデルと逐次最小二乗法

ARXモデルは遅延オペレータ q^{-1} を用いると以下になる．

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}q^{-l}u(k) + \frac{1}{A(q^{-1})}e(k) \quad (1)$$

ここで，

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n}$$

とする．推定パラメータを

$$\hat{\Theta}(k) = [a_1(k) \ a_2(k) \ a_3(k) \ \dots \ b_0(k) \ b_1(k) \ b_2(k) \ \dots]$$

と定義すると，プラントの出力 $y(k)$ と推定パラメータに基づいた予測値 $\hat{y}(k)$ は，それぞれ，

$$y(k) = \Psi^T(k)\hat{\Theta}(k) + e(k) \quad (2)$$

$$\hat{y}(k) = \Psi^T(k)\hat{\Theta}(k-1) \quad (3)$$

になる．これらの差を $\Delta y(i)$ ，重み，すなわち，忘却係数を λ とすると，重み付き逐次最小二乗法は，誤差 $\sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \Delta y^2(i)$ が最小になるように逐次パラメータを推定する．

$$\hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + K(k)(y(k) - \hat{y}(k)) \quad (4)$$

ここで，

$$K(k) = P(k)\Psi(k)$$

とすると， $K(k)$ は以下により求まる．

$$P(k) = \frac{P(k-1)}{\lambda + \Psi^T(k)P(k-1)\Psi(k)} \quad (5)$$

$$P(k) = \frac{1}{\lambda} \left(P(k-1) - \frac{P(k-1)\Psi(k)\Psi^T(k)P(k-1)}{\lambda + \Psi^T(k)P(k-1)\Psi(k)} \right) \quad (6)$$

3. システム同定結果

3.1 連続時間系のモデル

ここでは以下に示す2次系について考える．

$$H_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (7)$$

連続時間系となるプラントから0次ホールドにより得られたデータに基づいてパラメータを推定する．外乱として図3に示す観測ノイズ，図4に示すアクチュエータ駆動アンプのオフセット，図5に示す制御対象の摩擦などによる不感帯の3種類を考える．これらの外乱の下で，パラメータ推定値が式(7)を離散化して得られるパラメータ

$$H_2(q) = \frac{b_1q + b_2}{q^2 + a_1q + a_2} \quad (8)$$

に収束するかどうかを検証する．

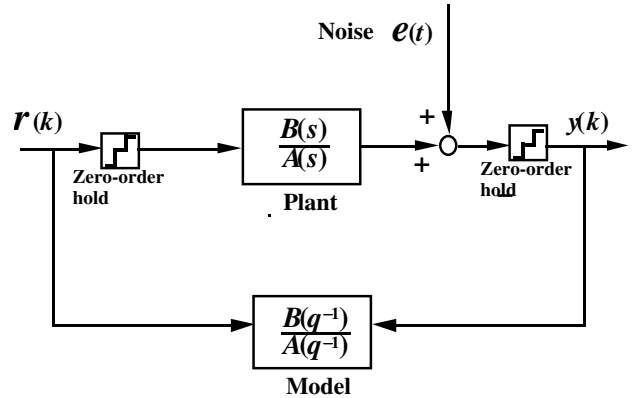


Fig. 3 The parameter estimation considering the measurement noise

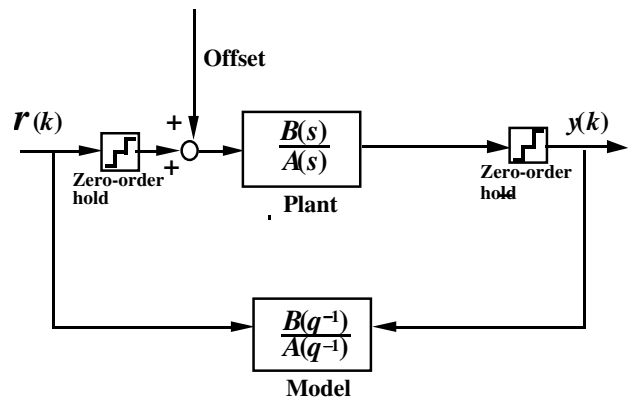


Fig. 4 The parameter estimation considering the offset of the power amplifier

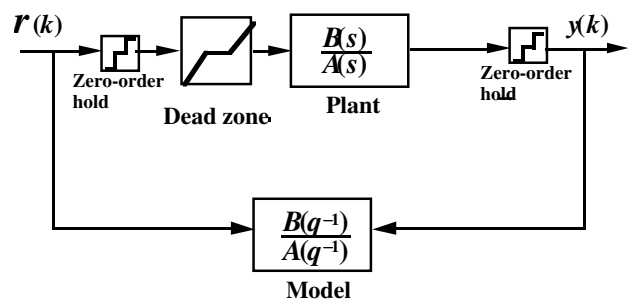
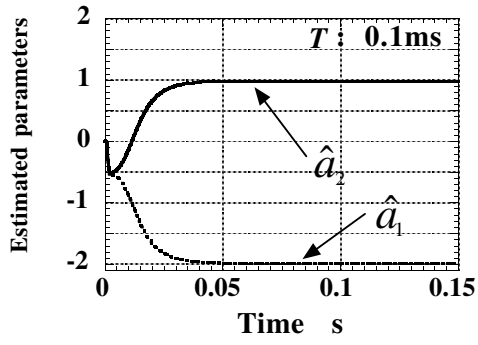


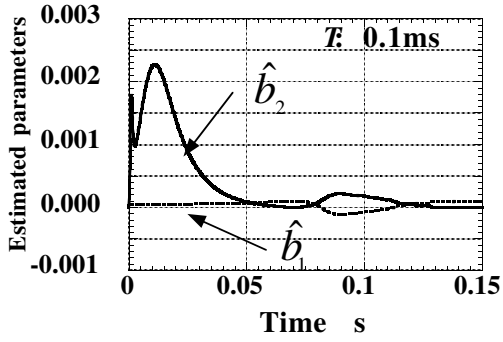
Fig. 5 The parameter estimation considering dead zone of the plant

3.2 シミュレーション結果

シミュレーションには，Matlab/Simulink及びSystem identification Toolboxを用い，プラントはSimulink上で連続時間系のブロックとして表現した．なお， ζ は0.7， ω_n は100rad/sに設定した．入力信号は振幅が1，周波数が1Hzの正弦波を用いた．さらに，オフセット及び不感帯は両者とも0.1に， λ は0.98に設定した．図6から図9に入出力データをサンプリング周期 $T=0.1$ msで取得した場合，図10から図13に1msで取得した場合の推定結果を示す．

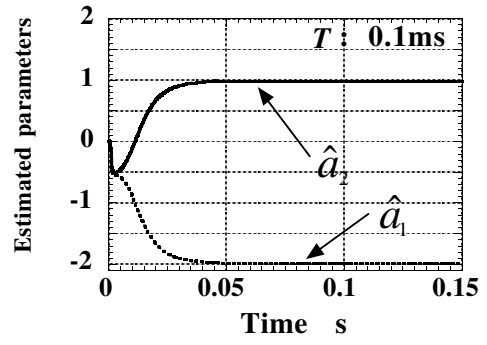


(a) \hat{a}_1 and \hat{a}_2

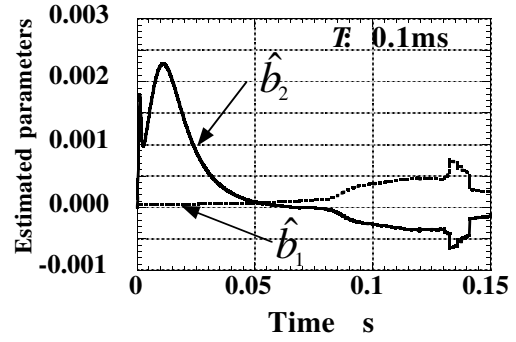


(b) \hat{b}_1 and \hat{b}_2

Fig. 6 Parameter estimation without disturbance

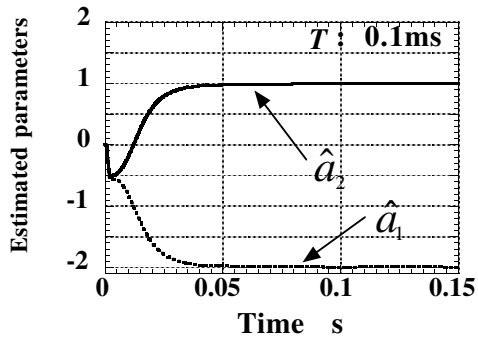


(a) \hat{a}_1 and \hat{a}_2

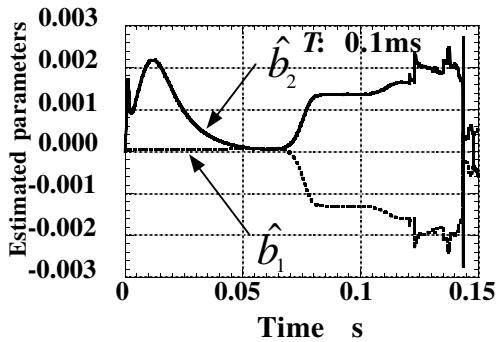


(b) \hat{b}_1 and \hat{b}_2

Fig. 8 Parameter estimation under offset

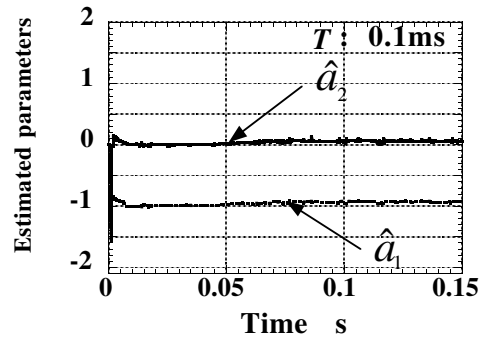


(a) \hat{a}_1 and \hat{a}_2

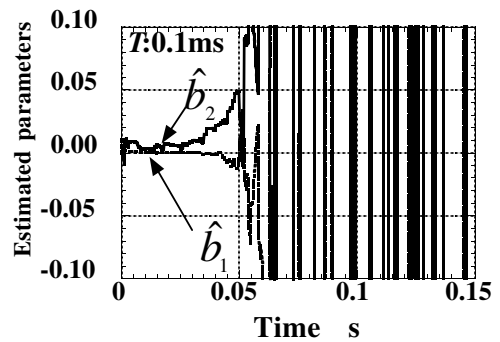


(b) \hat{b}_1 and \hat{b}_2

Fig. 7 Parameter estimation under dead zone

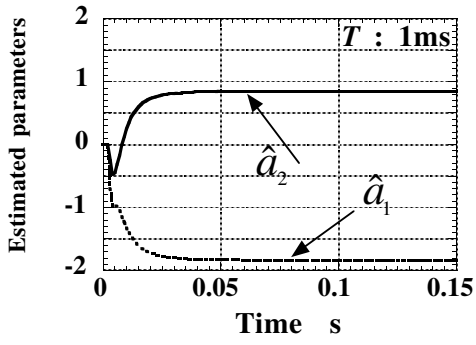


(a) \hat{a}_1 and \hat{a}_2

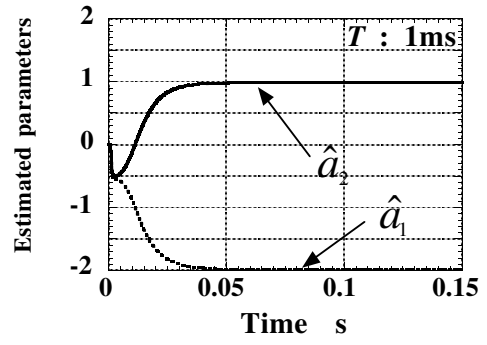


(b) \hat{b}_1 and \hat{b}_2

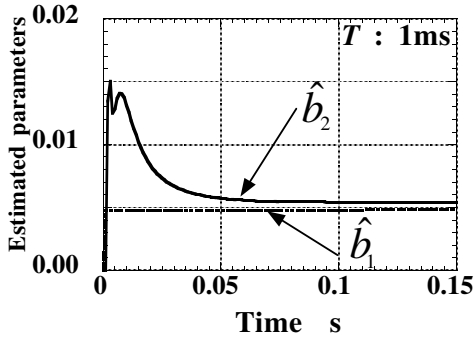
Fig. 9 Parameter estimation under white noise



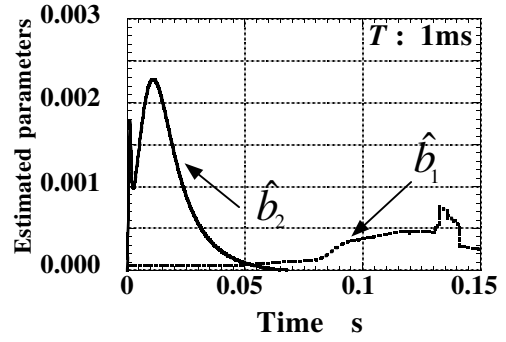
(a) \hat{a}_1 and \hat{a}_2



(a) \hat{a}_1 and \hat{a}_2



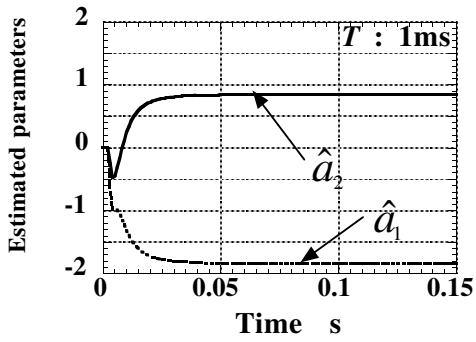
(b) \hat{b}_1 and \hat{b}_2



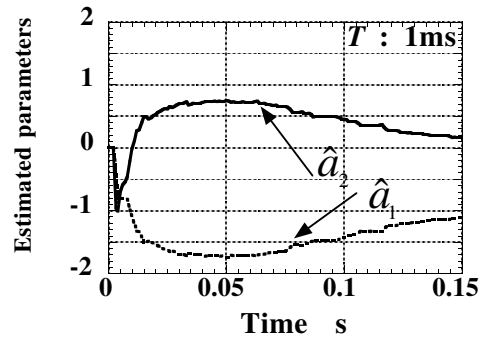
(b) \hat{b}_1 and \hat{b}_2

Fig. 10 Parameter estimation without disturbance

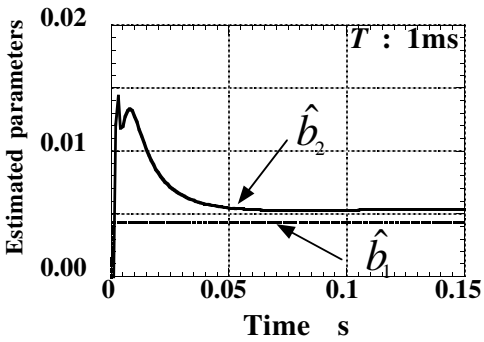
Fig. 12 Parameter estimation under offset



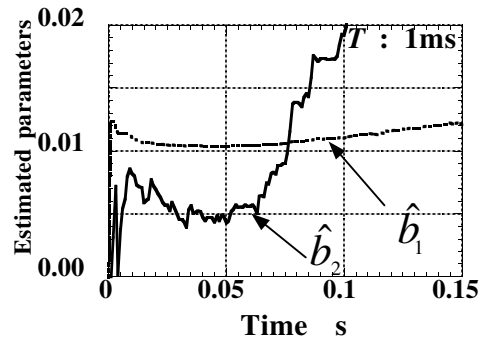
(a) \hat{a}_1 and \hat{a}_2



(a) \hat{a}_1 and \hat{a}_2



(b) \hat{b}_1 and \hat{b}_2



(b) \hat{b}_1 and \hat{b}_2

Fig. 11 Parameter estimation under dead zone

Fig. 13 Parameter estimation under white noise

さらに、観測ノイズはホワイトノイズとし、パワーは 1×10^{-6} に設定した。このとき、式(8)に示すプラントパラメータは

- $T:0.1\text{ms}$

$$\begin{aligned}\{a_1 \ a_2\} &= \{-1.9860 \ 0.9861\} \\ \{b_1 \ b_2\} &= \{4.9767 \times 10^{-5} \ 4.9535 \times 10^{-5}\}\end{aligned}$$

- $T:1\text{ms}$

$$\begin{aligned}\{a_1 \ a_2\} &= \{-1.8600 \ 0.8600\} \\ \{b_1 \ b_2\} &= \{4.7707 \times 10^{-3} \ 4.7707 \times 10^{-3}\}\end{aligned}$$

となる。シミュレーション結果より、パラメータ推定に関する外乱の影響は以下になる。

- 不感帯

極に関しては両サンプリング周期とも推定誤差への影響が小さい。零点に関してはサンプリング周期が 0.1ms のとき、誤差が大きくなる。

- パワーアンプのオフセット

極に関しては両サンプリング周期とも推定誤差への影響が小さい。零点に関しても同様である。

- 観測ノイズ

極、零点の両方とも推定誤差への影響が大きい。サンプリング周期が 0.1ms のとき、誤差が大きくなる。

4. 今後の展望

従来手法は外乱に弱く、また、推定値にサンプリング周期 T が含まれるため、サンプリング周期 T により推定値が変化する。高速サンプリング時には推定誤差が大きくなる。

一方、従来手法は確率、統計理論に基づいて考案されており、制御についてはほとんど考慮されていない。

本研究では制御、組込み型メカトロニクスシステムにとって有用な手法について検討する。モデル規範型制御や単純適応制御とデルタオペレーションを融合した手法を既に提案しており[19,20]、これらの手法の実用化を目指す。

5. 結論

従来手法の課題を抽出するため、2次系に関して逐次最小二乗法によりパラメータを推定した。外乱としてメカニズムの不感帯、パワーアンプのオフセット、観測ノイズの3種類を考えた。シミュレーションの結果、観測ノイズが最も推定誤差に影響することがわかった。

6. 謝辞

本研究は平成23年度より設置された公立大学法人 首都大学東京 大学・高専連携事業基金による共同研究、「組込み型メカトロニックシステムの実用化に関する研究(研究期間3年)」の助成によって行われた。

7. 参考文献

- [1] R. M. Goodall: High-speed digital controllers using an 8bit microprocessor, *Software & Microsystems*, **4**, 5/6, pp.246-250, 1985
- [2] R. H. Middleton and G. C. Goodwin: Improved finite word length characteristics in digital control using delta operators, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **31**, 11, pp.1015-1021, 1986
- [3] R. M. Goodall, "Minimisation of computation for digital controllers, *Trans. Inst MC*, **11**, 5, pp.218-224, 1989
- [4] R. H. Middleton and G. C. Goodwin: *Digital Estimation and Control -A Unified Approach-*, New Jersey:Prentice-Hall, 1990
- [5] G. C. Goodwin and R. H. Middleton and H. V. Poor: High-Speed Digital Signal Processing and Control, *Proc. The IEEE*, **80**, 2, pp.240-259, 1992
- [6] 金井喜美雄, 堀 憲之: デジタル制御システム入門—デルタオペレータの適用—, 槇書店, 1992
- [7] T. Aoki: Implementation of Modified Delta Form for Microprocessors using Fixed-Point Arithmetic, *Proc. of American Control Conference*, pp.4056-4060, 1999
- [8] 青木 立: 固定小数点マイクロプロセッサに適した制御アルゴリズムの実装方法(第1報)—変数変調デルタオペレーションのPID制御系への適用と実機による検証—, *精密工学会誌*, **71**, 3, pp.394-398, 2005
- [9] 青木 立: 修正デルタ形式に基づいたオブザーバの実機による検証—固定小数点マイクロプロセッサに適したデルタ形式—, *東京都立産業技術高等専門学校研究紀要*, **1**, pp.15-20, 2007
- [10] T. Aoki: A Reduction of Round-off Noise Based on the Modified Delta Form for Fixed-Point Arithmetic, *Proc. 19th Int. Conf. on Noise and Fluctuation*, pp.724-727, 2007
- [11] T. Aoki: Implementation of Fixed-Point Control Algorithms Based on the Modified Delta Operator and Form for Intelligent Systems, *J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, **11**, 6, pp.709-714, 2007
- [12] T. Aoki: A Robot Control Based on the Modified Delta Form, *Proc. of The 17th CISM-IFTOMM Symposium on Robot Design, Dynamics, and Control(Romansy2008)*, pp.190-197, 2008
- [13] T. Aoki: Micromechatronics Control Methodology Based on The Modified Delta Operator and Form using Bang-Bang Control, *Proc. of the 2009 JSME-IIP/ASME-ISPS Joint Conference on Micromechatronics for Information and Precision Equipment*, pp.379-380, 2009
- [14] 青木 立: 固定小数点マイクロプロセッサに適した制御アルゴリズムの実装方法(第2報) 修正変数変調法の提案, *精密工学会誌* **75**, 7, pp.876-881, 2009
- [15] T. Aoki, Implementation of a Fixed-Point 2 DOF Controller Based on the Modified Delta Form for Embedded Mechatronic Systems, *Proc. of The 2010 International Symposium on Intelligent Systems (iFAN 2010)*, Paper No.537 6 pages, 2010
- [16] T. Aoki, Control Law Design Based on the Polynomial Method for Active Damping of Oscillatory Modes-The Application of the Delta Operator to the Polynomial Method -, *Journal of System Design and Dynamics(Special issue of MOVIC2010)* **5**, 5, pp.1045-1060, 2011
- [17] M. Gevers, A Personal View of the Development of System Identification, *IEEE Control System Magazine*, **26**, 6, pp. 93-105, 2006
- [18] L. Ljung, Perspectives on System Identification, *Proc. of IFAC World Congress 2008*, **27**,15, pp.15736-15747, 2008
- [19] T. Aoki and S. Kawata, On-Line Physical Parameter Estimation by Using Model Reference AdaptiveControl Method based on the Modified Delta Form, *Proc. of SICE Annual Conference 2011*, pp.1897-1902, 2011
- [20] 青木立, 川田誠一, 単純適応制御に基づいたシステムモデリング—デルタ形式による物理量の実タイム推定—第54回自動制御連合講演会予稿集(SICE), pp.351-354, 2011