

固定小数点演算に基づいた速度フィードバックコントローラの実装

— 制御精度の向上 —

The implementation of a velocity feedback controller based on fixed-point arithmetic
— The improvement of the control accuracy —

青 木 立

Tatsu Aoki

Abstract: In the embedded mechatronic systems, the mechanisms are easy to vibrate, since these mechanisms are designed to be light and compact. In such control systems, a velocity feedback controller is often used to damp out these mechanical oscillations. On the other hand, in the embedded mechatronic control systems, fixed-point microprocessors with short word length are used for energy, space, and cost saving. This paper considers finite word length (FWL) effects when implementing a discrete-time velocity feedback controller in fixed-point arithmetic. In order to improve the control accuracy, a filter is inserted so that the noise in the velocity signal is filtered out. Though three filters are examined, simulation results show that all these filters are not effective. Since the magnitude of the velocity signal is almost equal to the quantization step in fixed-point arithmetic, the velocity signal is disturbed due to arithmetic error in fixed-point arithmetic. Thus, in order to increase the signal-to-noise ratio, the quantization step is made small. As a result, the arithmetic error is drastically reduced and the control accuracy is greatly improved. According above, scaling is a significant factor to realize a velocity feedback controller based on fixed-point arithmetic.

Keywords: Implementation, Digital controller, Microprocessor control, Fixed-point arithmetic, Scaling

1. はじめに

制御アルゴリズムは高速サンプリング時に数値的に不安定になる。制御アルゴリズムの演算精度を確保し、高精度な制御を実現するため、デルタ形式に基づいた実装手法が種々提案されている[1]-[6]。一方、組込み型メカトロニクス制御システムでは省エネルギー化、省スペース化、低コスト化などから8ビットなど基本語長が短い固定小数点マイクロプロセッサが多用されている。筆者は、固定小数点演算においてデルタ形式の有効性が失われることを指摘し、固定小数点演算でもデルタ形式が有効になる修正デルタ形式を提案した[7]。提案された手法の有効性はPID制御系などに関して実験により確認され[8][9]、その演算誤差が見積もられた[10]。さらに、本手法が適応制御系やロボット制御系に応用可能であることが示された[11]-[13]。また、本手法の簡便な実装手法が示された[14]。

ところで、モデルマッチングに基づいた2自由度コントローラは、閉ループ系の極だけでなく、零点も任意の位置に配置可能である。しかし、高次系の設計時に発生する数値演算誤差がその実用化への障害となっていた。筆者は修正デルタオペレータに基づいた数値計算手法を提案し[15]、修正デルタ形式を2入力1出力となる2自由度コン

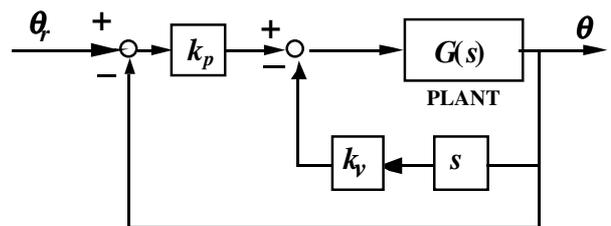


Fig. 1 Velocity feedback controller

トローラに拡張した[16]。これら一連の研究の結果、次数が高いコントローラの実装手法についてはほぼ確立した。

メカトロニクス制御において、高次系のコントローラだけではなく、図1に示す速度フィードバックコントローラも簡単かつ有効なため多用されている。本コントローラは、位置及び速度フィードバックゲインのみで構成されている。そこで、本研究では、ゲインのみのコントローラで構成された制御系の制御精度を向上させることを目的とする。本コントローラの特徴は速度フィードバックにより振動を減衰させるため、速度情報に着目し、各種フィルタを挿入した結果を比較する。

2. 速度フィードバック制御系

ここでは、DCモータの速度フィードバック制御系について考える。最も簡単なDCモータ及び負荷に関するモデルは1次系で与えられ、

$$G(s) = \frac{b}{s+a} \frac{1}{s} \quad (1)$$

図1に示す速度フィードバック制御系の伝達関数は2次系になる。

$$H_c(s) = \frac{bk_p}{s^2 + (a + bk_v)s + bk_p} \quad (2)$$

一方、2次系の標準形は

$$H_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3)$$

と記述される。式(2)及び式(3)から以下の関係が得られる。

$$\omega_n^2 = bk_p \quad (4)$$

$$2\zeta\omega_n = a + bk_v \quad (5)$$

式(4)と式(5)から

$$k_p = \frac{\omega_n^2}{b} \quad (6)$$

$$k_v = \frac{2\zeta\omega_n - a}{b} \quad (7)$$

が求まる。 ζ 及び ω_n が与えられれば、式(6)と式(7)から位置フィードバックゲイン k_p 及び速度フィードバックゲイン k_v が求まる。なお、零次ホールドやサンプリングの影響を考慮した厳密な制御系の設計が必要な場合は、サンプリング周期 T を用いて制御対象 $G(s)$ を離散化し、 $G(z^{-1})$ を求めた後、閉ループ系の伝達関数を求める。また、速度フィードバック項 $k_v s$ は z^{-1} を用いた差分で表現する。

$$H_{v0}(z^{-1}) = \frac{k_v}{T} (1 - z^{-1}) \quad (8)$$

図2(a)に図1に示す制御系のステップ応答を示す。パラメータは以下に示す。制御対象及びコントローラは、それぞれ、連続及び離散時間系として表現した。

$$a : 100 \quad b : 5000 \quad k_p : 10 \quad k_v : 0.01$$

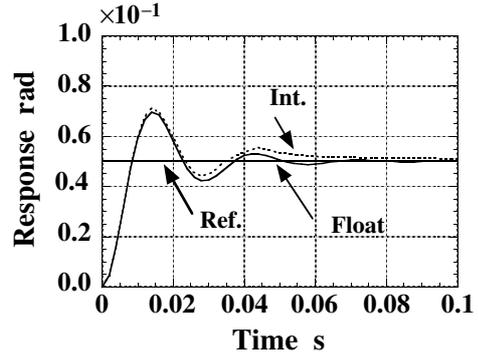
$$T : 0.001 \text{ s}$$

$$\text{Actuator saturation} : \pm 1$$

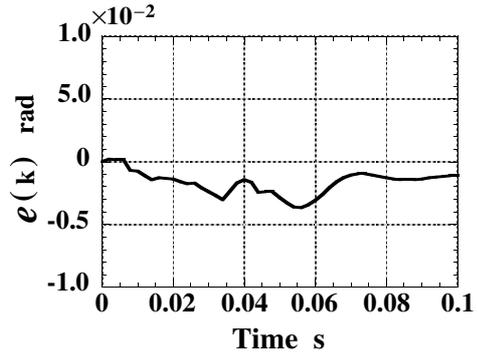
$$\text{Word length} : 8 \text{ bits} \quad \text{Scaling} : 1.0 \triangleq 127$$

$$\text{Matlab/Simulink with Fixed-point blockset}$$

式(4)と式(5)からこのときの減衰係数 ζ は0.33、角振動数 ω_n は223.6rad/sである。また、図2(b)に制御アルゴリズムを倍精度浮動小数点数と固定小数点数のそれぞれで演算したときの応答の差 $e(k)$ を示す。振動が減衰して応答が目標に近づくにつれ、その差が大きくなっている。図3(a)、(b)に倍精度浮動小数点数と固定小数点数で求めた角度 θ の差分 $\Delta\theta$ を示す。固定小数点演算では差分が量子化の単位 q にほぼ等しいため、差分情報と固定小数点演算の量子化ノイズ z^n ($-q/2 < n < q/2$)との判別が困難である。

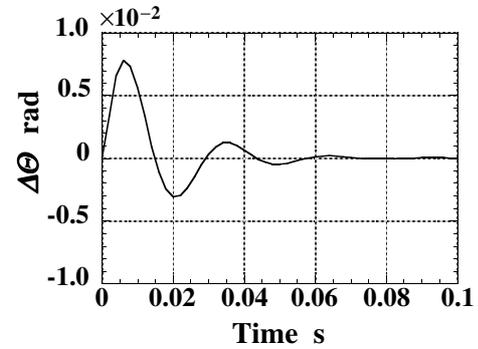


(a) Response

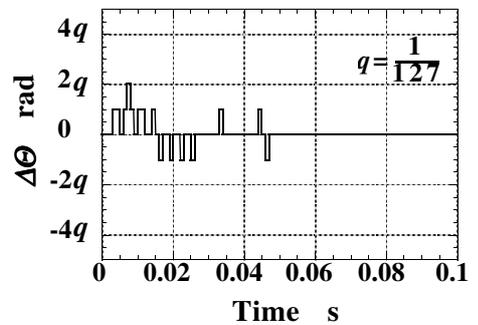


(b) Error

Fig. 2 Step response using (8)



(a) Floating-point expression



(b) Fixed-point expression

Fig. 3 The difference of the angle

3. 制御精度向上のための手法

図1に示す制御系において、固定小数点演算に基づいたコントローラによる応答を浮動小数点演算に基づいたコントローラの応答に近づけることを試みる．速度フィードバック制御系では速度情報が閉ループ系の特性に大きな影響を与える．そこで、図3(b)に示す角度 θ の差分 $\Delta\theta$ に着目する．元になる角度情報 θ にはA/D変換時の量子化及び外界からのノイズが混入する．そこで、ローパスフィルタにより混入したノイズを低減することにより安定した差分、すなわち、速度情報が取得でき、制御精度が向上すると考える．

- フィルタ ()

$$\begin{aligned} H_{v1}(z^{-1}) &= \frac{k_v}{T} \frac{1+z^{-1}}{2} (1-z^{-1}) \\ &= \frac{k_v}{2T} (1-z^{-2}) \end{aligned} \quad (9)$$

$\theta(k)$ と1サンプリング前の $\theta(k-1)$ との平均を求め、式(9)よりこのローパスフィルタでは、単に2サンプリング前の $\theta(k-2)$ との差分を求めればよいことがわかる．図4(a)にこのローパスフィルタを挿入した差分手法を示す．

- フィルタ ()

$$H_{v2}(z^{-1}) = \frac{k_v T_d}{T} \frac{1}{1 - (1 - T_d) z^{-1}} (1 - z^{-1}) \quad (10)$$

これは1次系のフィルタである．設計パラメータを T_d とすると、フィルタゲインは $1/T_d$ で与えられる．すなわち、 T_d が1より小さい場合にはゲインは1より大きくなるため、値が小さい角度情報 θ を拡大することができる．しかし、 T_d が小さくなればなるほど信号の位相が遅れるため、ゲインと位相遅れのトレードオフが必要である．図4(b)にこのローパスフィルタを挿入した差分手法を示す．

- フィルタ ()

$$H_{v3}(\bar{\delta}^{-1}) = \frac{k_v T_d}{T} \frac{1}{1 + T_d \bar{\delta}^{-1}} \quad (11)$$

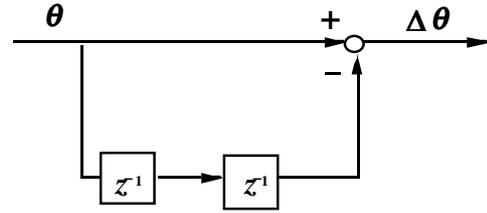
フィルタ () を正規化デルタオペレータ

$$\bar{\delta} = z - 1 \quad (12)$$

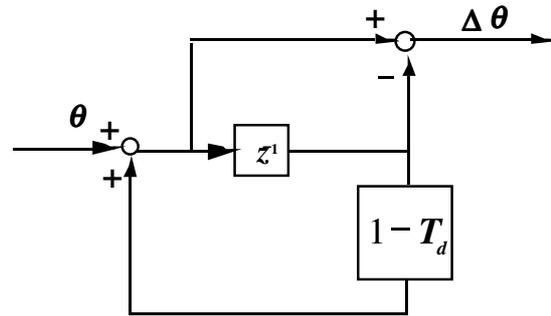
を用いてデルタ形式で演算するフィルタである．式(12)より求めた

$$z^{-1} = \frac{\bar{\delta}^{-1}}{1 + \bar{\delta}^{-1}} \quad (13)$$

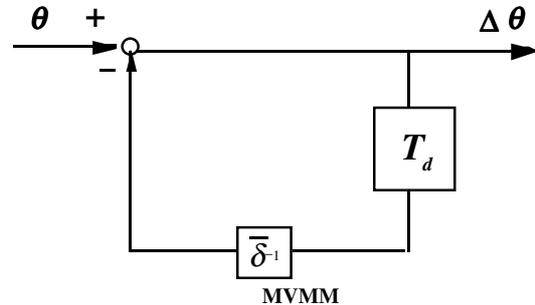
を式(10)に代入することにより式(11)が求まる．なお、演算精度を向上させるため、筆者が提案した手法、修正変数変調法(MVMM)を用いる[14]．



(a) Filter ()



(b) Filter ()



(c) Filter ()

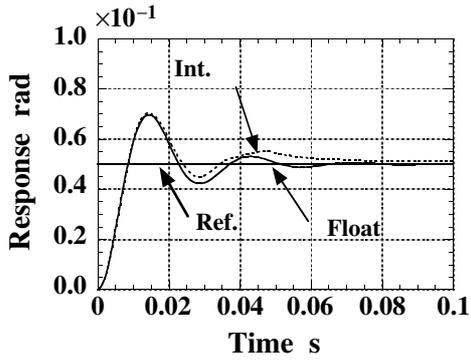
Fig. 4 Block diagram of the filter

- フィルタ ()

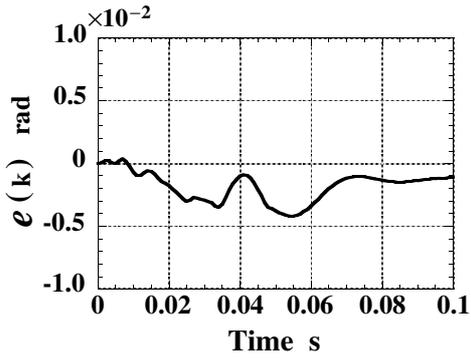
固定小数点演算における量子化の単位 q が小さくなるようにスケーリングを変更し、演算及び速度情報に関するS/N比を向上させる．符号付 n ビットの固定小数点の量子化の単位 q は

$$q = \frac{1}{2^{n-1} - 1} \quad (14)$$

で与えられる．これは数字1.0を整数 $2^{n-1} - 1$ に対応させることと等価である．

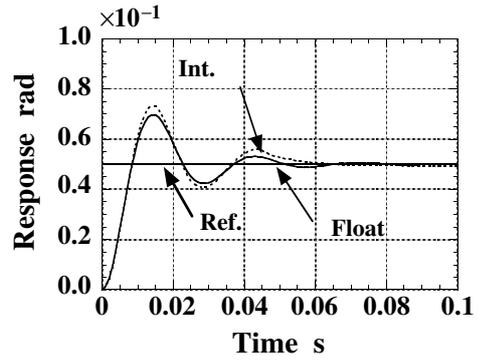


(a) Response

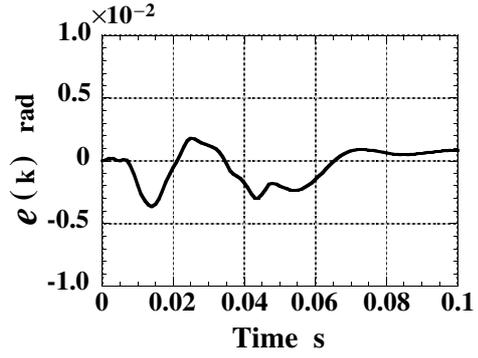


(b) Error

Fig. 5 Step response using filter ()

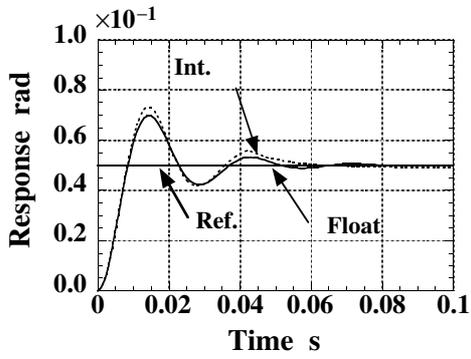


(a) Response

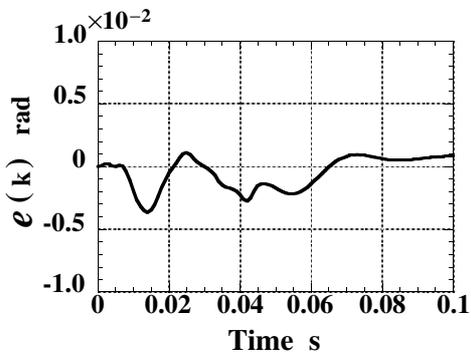


(b) Error

Fig. 7 Step response using filter () for $T_d=0.5$

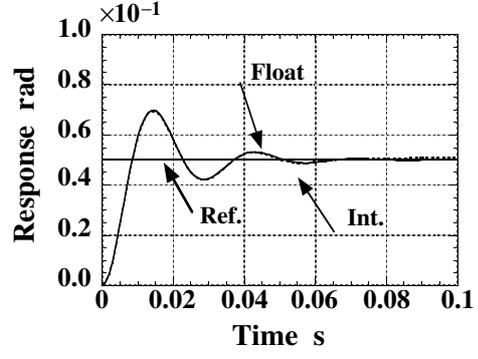


(a) Response

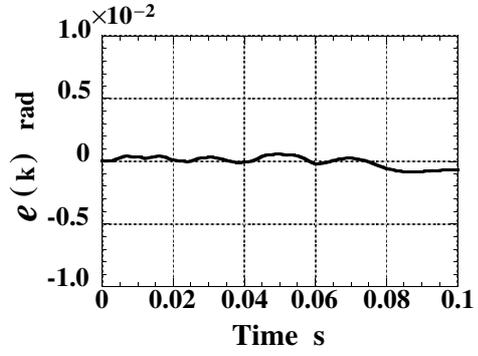


(b) Error

Fig. 6 Step response using filter () for $T_d=0.5$



(a) Response



(b) Error

Fig. 8 Step response using filter () for $1.0 \triangleq 511$

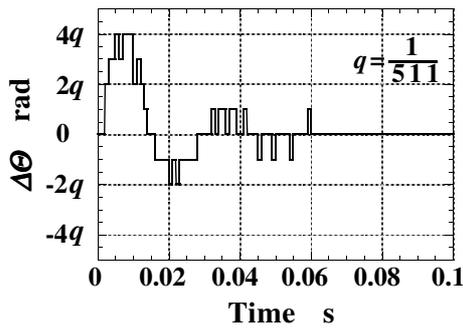
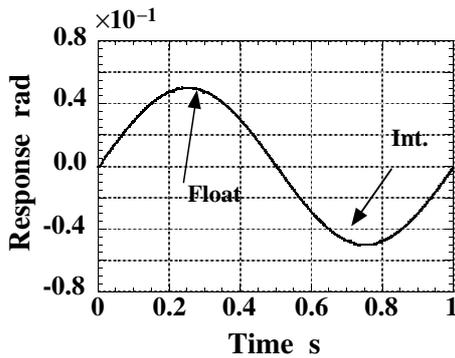
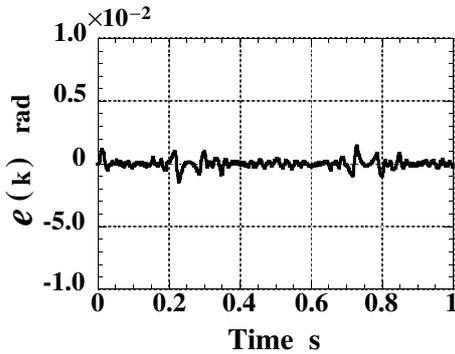


Fig. 9 The difference of the angle for $1.0 \triangleq 511$



(a) Response



(b) Error

Fig. 10 The sinusoidal response using filter ()

図5から図8に各フィルタを使用したときのステップ応答を示す。フィルタ()では、図2に示す従来の差分だけの手法におけるステップ応答とほとんど変わらない。フィルタ()では、浮動小数点演算と固定小数点演算との差が正の方向に移動しただけで、むしろ、従来手法の方が良い結果が得られる。フィルタ()では、フィルタ()の場合より差 $e(k)$ が大きくなっている。これは、MVMMではより小さい T_d に対して有効なためである。フィルタ()では差 $e(k)$ が大幅に減少した。図9に図8のときの $\Delta\theta$ を示す。図3(a)に示す浮動小数点演算により求めた差分に近い情報が得られている。また、図10にフィルタ()を用いたときの正弦波応答を示す。浮動小数点演算と固定小数点演算との差が小さいことがわかる。

4. 結 論

固定小数点演算に基づいた速度フィードバックコントローラにおいて、制御精度を向上させるため、速度検出部分に種々のデジタルフィルタを挿入した。しかし、フィルタの効果は十分に認められなかった。一方、量子化の単位が小さくなるようにスケールを変更した場合、制御精度は大幅に向上した。従って、スケール変換、もしくは、語長を長く設定することにより制御精度が向上することが明らかになった。

5. 参 考 文 献

- [1] R. M. Goodall: High-speed digital controllers using an 8bit microprocessor, *Software & Microsystems*, **4**, 5/6, (1985) 246.
- [2] R. H. Middleton and G. C. Goodwin: Improved finite word length characteristics in digital control using delta operators, *IEEE Trans. on Automatic Control*, **31**, 11, (1986) 1015.
- [3] R. M. Goodall, "Minimisation of computation for digital controllers, *Trans. Inst MC*, **11**, 5, (1989) 218.
- [4] R. H. Middleton and G. C. Goodwin: *Digital Estimation and Control -A Unified Approach-*, New Jersey:Prentice-Hall, (1990)
- [5] G. C. Goodwin and R. H. Middleton and H. V. Poor: High-Speed Digital Signal Processing and Control, *Proc. The IEEE*, **80**, 2, (1992) 240.
- [6] 金井喜美雄, 堀 憲之: デジタル制御システム入門—デルタオペレータの適用—, 槇書店, (1992)
- [7] T. Aoki: Implementation of Modified Delta Form for Microprocessors using Fixed-Point Arithmetic, *Proc. of American Control Conference*, (1999) 4056.
- [8] 青木 立: 固定小数点マイクロプロセッサに適した制御アルゴリズムの実装方法(第1報)—変数変調デルタオペレーションのPID制御系への適用と実機による検証—, *精密工学会誌*, **71**, 3, (2005) 394.
- [9] 青木 立: 修正デルタ形式に基づいたオブザーバの実機による検証—固定小数点マイクロプロセッサに適したデルタ形式—, *東京都立産業技術高等専門学校研究紀要*, **1**, (2007) 15.
- [10] T. Aoki: A Reduction of Round-off Noise Based on the Modified Delta Form for Fixed-Point Arithmetic, *Proc. 19th Int. Conf. on Noise and Fluctuation*, (2007) 724.
- [11] T. Aoki: Implementation of Fixed-Point Control Algorithms Based on the Modified Delta Operator and Form for Intelligent Systems, *J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics*, **11**, 6, (2007) 709. *東京都立産業技術高等専門学校研究紀要*, **2**, (2008) 20.
- [12] T. Aoki: A Robot Control Based on the Modified Delta Form, *Proc. of The 17th CISM-IFTToMM Symposium on Robot Design, Dynamics, and Control(Romansy2008)*, (2008) 190.
- [13] T. Aoki: Micromechatronics Control Methodology Based on The Modified Delta Operator and Form using Bang-Bang Control, *Proc. of the 2009 JSME-IIP/ASME-ISPS Joint Conference on Micromechatronics for Information and Precision Equipment* (2009) 379.
- [14] 青木 立: 固定小数点マイクロプロセッサに適した制御アルゴリズムの実装方法(第2報) 修正変数変調法の提案, *精密工学会誌* **75**, 7, (2009) 876.
- [15] Tatsu Aoki, Control Law Design Based on the Polynomial Method for Active Damping of Oscillatory Modes-The Application of the Delta Operator to the Polynomial Method -, *Proc. of the tenth International conference on motion and vibration control (MOVIC2010)* (2010) 4B15 14 pages
- [16] Tatsu Aoki, Implementation of a Fixed-Point 2 DOF Controller Based on the Modified Delta Form for Embedded Mechatronic Systems, *Proc. of The 2010 International Symposium on Intelligent Systems (iFAN 2010)* (2010) Paper No.537 6 pages