

衝突を伴う1自由度系の定常振動解析

青木 繁¹⁾

AN ANALYTICAL METHOD FOR STEADY STATE RESPONSE OF SINGLE-DEGREE-OF-FREEDOM SYSTEM WITH COLLISION

Shigeru AOKI

Collision characteristics are observed in joints and supports of the structures. In analysis of collision characteristics, a bilinear characteristic in which stiffness increases after collision is used. On the other hand, a coefficient of restitution is introduced. In actual collision phenomena, energy is dissipated and duration of collision is not zero. Energy dissipation in a collision is not considered in the former and duration of collision is assumed to be zero in the latter. In this paper, the force of restitution is represented as the hysteresis loop characteristic in order to consider energy dissipation in a collision and duration of collision simultaneously. A quadrilateral hysteresis loop characteristic is used as the hysteresis loop characteristic in which the coefficient of restitution is the function of velocity response. A calculation method for the steady state response of a single-degree-of-freedom system with symmetrical collision characteristic is shown. The force of restitution is expanded into the Fourier series. In order to improve convergence of the Fourier coefficients, new Fourier series are defined. Using the proposed method, a resonance curve is obtained.

Key Words : Vibration, Nonlinear vibration, Collision, Energy absorption, Hysteresis loop characteristic

1. 緒 言

衝突振動は構造物の接合部や支持部に見られる現象である。たとえば配管の支持装置は熱膨張による隙間をとるために、振動する際に衝突が生じる⁽¹⁾。衝突振動を解析する際には、bilinear型のように衝突すると剛性が増加するような復元力特性をもつモデルが用いられる⁽²⁾。一方で、衝突が生じた瞬間に反発係数に応じた速度で速度が反転するモデルも用いられている⁽³⁾。しかしながら、実際の衝突現象ではエネルギー吸収があり⁽⁴⁾、衝突時間が無視できない場合がある。前者のモデルでは衝突によるエネルギー吸収は考慮されず、後者のモデルでは衝突時間が考慮されない。衝突によって生じる反発力に履歴特性を考慮することによって、衝突におけるエネルギー吸収と衝突時間を同時に考慮することができる^{(5),(6),(7)}。

本論文では、履歴特性として、反発力が速度の関数となる四角形の履歴特性⁽⁶⁾を用いて、調和励振を受けた場合の衝突する1自由度系の定常振動応答を求める計算方法を示し、計算例を示す。質点が両側で衝突する対称な衝突について検討した。計算結果から、この方法によって、衝突によるエネルギー吸収と衝突時間の両方を考慮することが可能で、衝突に特有の特徴をもつ共振曲線を求められることが明らかになった。

2. 定常振動応答の計算法

2.1 解析モデルおよび運動方程式

本論文では簡単のため、図1に示すように、調和励振を受ける減衰のない1自由度系を対象とし、質点が両側で衝突する対称な衝突を考える。e₀はギャップ幅を表す。この場合、運動方程式は次のように表される。

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx + f(x, \dot{x}) = my_0 \omega^2 \cos \omega t \quad (1)$$

ここで、mは質量、kはばね定数、xは質点と入力端の相対変位、y₀は入力振幅、ωは入力の変振動数を表す。f(x, ẋ)は反発力で、図2に示す四角形の履歴特性をもつものとする、次式のような断片線形特性で表される。

$$f(x, \dot{x}) = \begin{cases} = K_1(x - e_0); e_0 \leq x \leq (e_0 + \delta_0), \dot{x} > 0 & \text{(I)} \\ = K_1\delta_0 + K_2(x - e_0 - \delta_0) & \\ \quad ; (e_0 + \delta_0) \leq x \leq x_{\max}, \dot{x} \geq 0 & \text{(II)} \\ = K_3(x - x_3); x_3 \leq x \leq x_{\max}, \dot{x} \leq 0 & \text{(III)} \\ = 0; -e_0 \leq x \leq x_3, \dot{x} < 0 & \text{(IV)} \\ = K_1(x + e_0); -(e_0 + \delta_0) \leq x \leq -e_0, \dot{x} < 0 & \text{(V)} \\ = -K_1\delta_0 + K_2(x + e_0 + \delta_0) & \\ \quad ; -x_{\max} \leq x \leq -(e_0 + \delta_0), \dot{x} \leq 0 & \text{(VI)} \\ = K_3(x + x_3); -x_{\max} \leq x \leq -x_3, \dot{x} \geq 0 & \text{(VII)} \\ = 0; -x_3 \leq x \leq e_0, \dot{x} > 0 & \text{(VIII)} \end{cases} \quad (2)$$

ここで、x₃は次式で表される。

¹⁾東京都立産業技術高等専門学校 ものづくり工学科

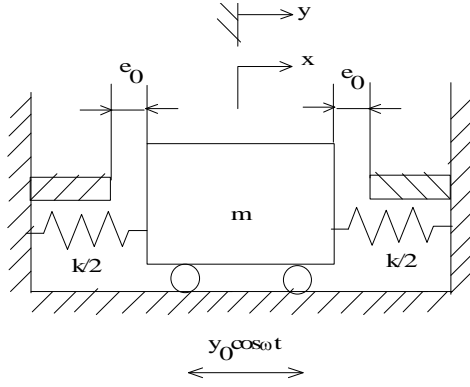


Fig. 1 Single-degree-of-freedom model with symmetrical collision

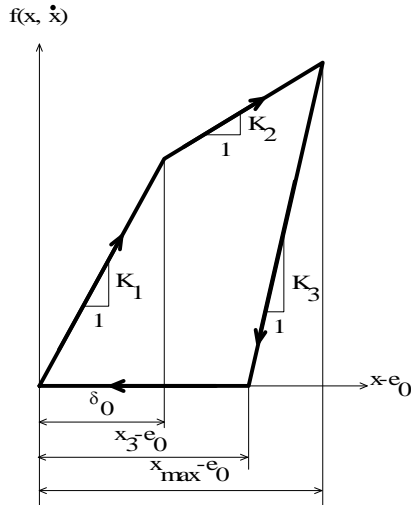


Fig. 2 Quadrilateral hysteresis loop characteristic

$$x_3 = e_0 + \left(1 - \frac{K_1}{K_3}\right)\delta_0 + \left(1 - \frac{K_2}{K_3}\right)(x_{\max} - e_0 - \delta_0) \quad (3)$$

反発力が式(2)のように表される場合には反発係数は速度の関数となり、実態とよく合う⁽⁶⁾。反発係数は衝突後の速度と衝突前の速度の比であり、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= v_2 / v_1 = 1.0, \quad v_1 \leq \bar{v} \\ \varepsilon &= v_2 / v_1 \\ &= \sqrt{K_2 / K_3 + (1 - K_2 / K_1)(K_1 / K_3)(\bar{v} / v_1)^2}, \quad v_1 > \bar{v} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここで、 \bar{v} は完全弾性衝突と非完全弾性衝突の境界となる速度であり、次式で与えられる。

$$\bar{v} = \delta_0 \sqrt{K_1 / m} \quad (5)$$

反発係数と速度の関係を図3に示す。

本論文では定常振動を扱う。振動が周期的な定常状態になった場合に、反発力も周期的な関数になり、図4に示す θ に関する周期 2π の周期関数 $g(\theta)$ で表される。 θ は次式で定義される。

$$\theta = \omega t - \alpha \quad (6)$$

ここで、 α は位相角を表す。

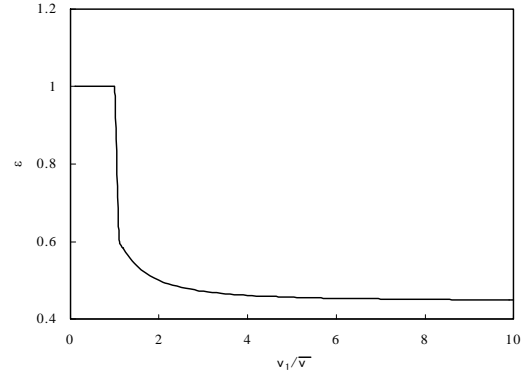


Fig. 3 Relation between coefficient of restitution and velocity response of single-degree-of-freedom system

system ($K_1 / k = 4, K_2 / k, K_3 / k = 10$)

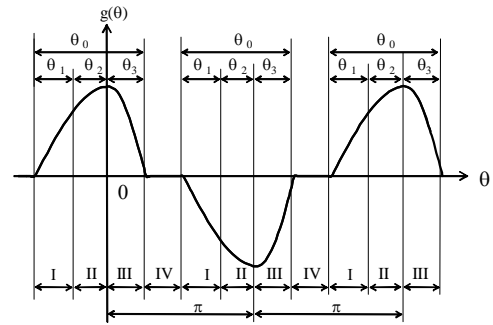


Fig. 4 Waveform of force of restitution of single-degree-of-freedom system

この周期関数 $g(\theta)$ は式(2)で与えられる反発力の条件を満たさなければならない。そして、次の式のように書くことができる。

$$f(x, \dot{x}) = \begin{cases} = K_1(x - e_0); -(\theta_1 + \theta_2) \leq \theta \leq -\theta_2 & \text{(I)} \\ = K_1\delta_0 + K_2(x - e_0 - \delta_0); -\theta_2 \leq \theta \leq 0 & \text{(II)} \\ = K_3(x - x_3); 0 \leq \theta \leq \theta_3 & \text{(III)} \\ = 0; \theta_3 \leq x \leq \pi - (\theta_1 + \theta_2) & \text{(IV)} \\ = K_1(x + e_0); \pi - (\theta_1 + \theta_2) \leq \theta \leq \pi - \theta_2 & \text{(V)} \\ = -K_1\delta_0 + K_2(x + e_0 + \delta_0); \pi - \theta_2 \leq \theta \leq \pi & \text{(VI)} \\ = K_3(x + x_3); \pi \leq \theta \leq \pi + \theta_3 & \text{(VII)} \\ = 0; \pi + \theta_3 \leq \theta \leq 2\pi - (\theta_1 + \theta_2) & \text{(VIII)} \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 θ_1 、 θ_2 および θ_3 は図4で示された位相角の範囲を表す。以下では、 2π の周期を式(7)のように8つの区間に分ける。1番目から3番目の区間と5番目から7番目の区間の長さはそれぞれ θ_1 、 θ_2 および θ_3 であり、質点は反発力をもつばねとともに動く。4番目と8番目の区間の長さは $\pi - (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$ であり、この区間では質点に反発力が作用しない状態で動く。

2.2 反発力のフーリエ級数展開

周期関数 $g(\theta)$ のフーリエ級数展開を次のように仮定する。

$$g(\theta) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (8)$$

運動方程式は次式ようになる.

$$m\omega^2 \frac{d^2x}{d\theta^2} + kx = my_0\omega^2 \cos(\theta + \alpha) - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (9)$$

変位応答 x は,

$$x = y_0\Omega^2 M_1 \cos(\theta + \alpha) - \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{M_n}{k} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad (10)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} M_n &= \frac{1}{1 - n^2\Omega^2}, \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \\ \Omega &= \frac{\omega}{\sqrt{k/m}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

一方, 区間(I), (II), (III), (IV), (V), (VI), (VII)および(VIII)の間の切替条件は, 次のように表される.

$$\theta = -(\theta_1 + \theta_2), x = e_0 \quad (\text{VIII} \rightarrow \text{I}) \quad (12)$$

$$\theta = -\theta_2, x = e_0 + \delta_0 \quad (\text{I} \rightarrow \text{II}) \quad (13)$$

$$\theta = 0, \dot{x} = 0, x = x_{\max} \quad (\text{II} \rightarrow \text{III}) \quad (14)$$

$$\theta = \theta_3, x = x_3 \quad (\text{III} \rightarrow \text{IV}) \quad (15)$$

$$\theta = \pi - (\theta_1 + \theta_2), x = -e_0 \quad (\text{IV} \rightarrow \text{V}) \quad (16)$$

$$\theta = \pi - \theta_2, x = -(e_0 + \delta_0) \quad (\text{V} \rightarrow \text{VI}) \quad (17)$$

$$\theta = \pi, \dot{x} = 0, x = -x_{\max} \quad (\text{VI} \rightarrow \text{VII}) \quad (18)$$

$$\theta = \pi + \theta_3, z = -x_3 \quad (\text{VII} \rightarrow \text{VIII}) \quad (19)$$

基本波の \cos 成分の振幅を Γ とし, 無次元フーリエ係数を次式で定義する.

$$x_n = \frac{a_n}{k\Gamma}, y_n = \frac{b_n}{k\Gamma}, (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (20)$$

2.3 定常振動応答

x は次式で与えられる.

$$x = \Gamma \left\{ \cos\theta - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \cos n\theta - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n (\sin n\theta - n \sin\theta) \right\} \quad (21)$$

ここで,

$$\Gamma = \frac{e_0}{\left[\cos(\theta_1 + \theta_2) - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \cos n(\theta_1 + \theta_2) - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n \{ \sin n(\theta_1 + \theta_2) - n \sin(\theta_1 + \theta_2) \} \right]} \quad (22)$$

さらに,

$$M_1 \Omega^2 y_0 \sin \alpha = -\Gamma \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} n M_n y_n \quad (23)$$

$$M_1 \Omega^2 y_0 \cos \alpha = \Gamma (1 + M_1 x_1) \quad (24)$$

式(23)および(24)から, 位相角 α は次式で表される.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{-\frac{1}{M_1} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} n M_n y_n}{\frac{1}{M_1} + x_1} \right), 0 \leq \alpha \leq \pi \quad (25)$$

式(12), (21), (23)および(24)から, \cos 項の第1項 Γ および入力振幅 y_0 は次式のようになる.

$$\frac{\Gamma}{e_0} = \frac{y_0}{e_0} \frac{\Omega^2}{\sqrt{\left(\frac{1}{M_1} + x_1 \right)^2 + \left(\frac{1}{M_1} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} n M_n y_n \right)^2}} \quad (26)$$

$$\frac{y_0}{e_0} = \frac{\frac{1}{\Omega^2} \sqrt{\left(\frac{1}{M_1} x_1 \right)^2 + \left(\sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} n \frac{M_n}{M_1} y_1 \right)^2}}{\left[\cos(\theta_1 + \theta_2) - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \cos n(\theta_1 + \theta_2) + \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n \{ \sin n(\theta_1 + \theta_2) - n \sin(\theta_1 + \theta_2) \} \right]} \quad (27)$$

式(7), (12), (13)および(21)から $\cos\theta_2$ および $\cos\theta_3$ はそれぞれ次式で表される.

$$\begin{aligned} \cos\theta_2 &= \cos(\theta_1 + \theta_2) + \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \cos n\theta_2 \\ &\quad - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n (\sin n\theta_2 - n \sin\theta_2) \\ &\quad - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \cos n(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n \{ \sin n(\theta_1 + \theta_2) - n \sin(\theta_1 + \theta_2) \} \\
& + \frac{\delta_0}{e_0} \left[\cos(\theta_1 + \theta_2) - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \cos n(\theta_1 + \theta_2) \right. \\
& \left. + \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n \{ \sin n(\theta_1 + \theta_2) - n \sin(\theta_1 + \theta_2) \} \right] \quad (28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\cos \theta_3 = & 1 - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n (1 - \cos n\theta_3) \\
& + \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n (\sin n\theta_3 - n \sin \theta_3) \\
& - \frac{K_1}{K_3} \frac{\delta_0}{e_0} [\cos(\theta_1 + \theta_2) \\
& - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \cos n(\theta_1 + \theta_2) \\
& + \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n \{ \sin n(\theta_1 + \theta_2) - n \sin(\theta_1 + \theta_2) \}] \\
& - \frac{K_2}{K_3} \left[1 - \cos \theta_2 - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n (1 - \cos n\theta_2) \right. \\
& \left. - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n (\sin n\theta_2 - n \sin \theta_2) \right] \quad (29)
\end{aligned}$$

式(7)で与えられる $g(\theta)$ は対称であるから、式(3)、(12)、(13)、(15)および(21)を用いると無次元化された $g(\theta)$ は次式のように表される。

$$\begin{aligned}
\frac{g(\theta)}{k\Gamma} = & \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (x_n \cos n\theta + y_n \sin n\theta) \\
= & \frac{K_1}{k} \langle \cos \theta - \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
& - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \{ \cos n\theta - \cos n(\theta_1 + \theta_2) \} \\
& - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n [\sin n\theta + \sin n(\theta_1 + \theta_2) \\
& - n \{ \sin \theta + \sin(\theta_1 + \theta_2) \}] \rangle \\
& ; -(\theta_1 + \theta_2) \leq \theta \leq -\theta_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{g(\theta)}{k\Gamma} = & \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (x_n \cos n\theta + y_n \sin n\theta) \\
= & \frac{K_1}{k} \langle \cos \theta_2 - \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
& - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n \{ \cos n\theta_2 - \cos n(\theta_1 + \theta_2) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n [\sin n\theta_2 - \sin n(\theta_1 + \theta_2) \\
& - n \{ \sin \theta_2 - \sin(\theta_1 + \theta_2) \}] \\
& + \frac{K_2}{k} [\cos \theta - \cos \theta_2 \\
& - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n (\cos n\theta - \cos n\theta_2) \\
& - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n \{ \sin n\theta + \sin n\theta_2 \\
& - n(\sin \theta + \sin \theta_2) \}] \quad ; -\theta_2 \leq \theta \leq 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{g(\theta)}{k\Gamma} = & \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (x_n \cos n\theta + y_n \sin n\theta) \\
= & \frac{K_3}{k} [\cos \theta - \cos \theta_3 - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n x_n (\cos n\theta - \cos n\theta_3) \\
& - \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} M_n y_n \{ \sin n\theta - \sin n\theta_3 \\
& - n(\sin \theta - \sin \theta_3) \}] \quad ; 0 \leq \theta \leq \theta_3 \\
\frac{g(\theta)}{k\Gamma} = & \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (x_n \cos \theta + y_n \sin \theta) = 0 \\
& ; \theta_3 \leq \theta \leq \pi - (\theta_1 + \theta_2) \quad (30)
\end{aligned}$$

ここで、フーリエ係数を求める方法を応用する。すなわち式(30)の両辺に $\cos m\theta$ および $\sin m\theta$ を乗じて全周期 2π にわたって積分すると、 x_n および y_n に関する無限個の連立方程式が得られる。

2.4 新しいフーリエ級数の導入

フーリエ級数 $g(\theta)/k\Gamma$ の収束性を改善するために、次のような級数変換を行う。新しい位相角 φ および θ_0 を次式のように与える。

$$\varphi = \theta + (\theta_1 + \theta_2), \quad \theta_0 = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (31)$$

新しいフーリエ級数 $g(\theta)/k\Gamma$ を次式のように近似する。

$$\begin{aligned}
\frac{g(\theta)}{k\Gamma} = & \frac{g(\varphi - \theta_1 - \theta_2)}{k\Gamma} \equiv \sum_{m=1}^{\infty} \xi_m \sin \frac{m\pi}{\theta_0} \varphi \\
\approx & \xi_0 \sin \frac{\pi}{\theta_0} \varphi \quad (0 \leq \varphi \leq \theta_0) \quad (32)
\end{aligned}$$

式(30)および(32)から ξ_0 は次式から得られる。

$$\xi_0 = \frac{X_{11}}{1 + C_{11}} \quad (33)$$

X_{11} および C_{11} は θ_1 、 θ_2 および θ_3 の関数となる⁽⁵⁾。 x_n および y_n は次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x_n &= \frac{2}{\theta_0} \frac{\cos n(\theta_1 + \theta_2) + \cos n\theta_3}{\left(\frac{\pi}{\theta_0}\right)^2 - n^2} \xi_0 \\ y_n &= -\frac{2}{\theta_0} \frac{\sin n(\theta_1 + \theta_2) - \sin n\theta_3}{\left(\frac{\pi}{\theta_0}\right)^2 - n^2} \xi_0 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

(n = 1, 3, 5, …)

式(28)および式(29)から、

$$\cos\theta_2 = \cos(\theta_1 + \theta_2) + \frac{\delta_0}{e_0} \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (35)$$

$$\cos\theta_3 = 1 - \frac{K_1}{K_3} \frac{\delta_0}{e_0} \cos(\theta_1 + \theta_2) - \frac{K_2}{K_3} (1 - \cos\theta_2) \quad (36)$$

($\theta_1 + \theta_2$)を与えると、式(35)および(36)からそれぞれ $\cos\theta_2$ および $\cos\theta_3$ が求まる。さらに式(33)から ξ_0 が求まる。さらに、式(34)で与えられる x_n および y_n を用いて式(27)から y_0/e_0 が求まり、式(26)から Γ/e_0 が求まる。定常振動振幅 x_{\max}/e_0 は式(21)を用いることによって求まる。

3. 定常振動応答の計算結果

図5に四角形の履歴特性をもつ1自由度系の共振曲線を式(11)に示す振動数比 Ω に対する無次元の応答振幅 x_{\max}/e_0 で示す。入力振幅比は $y_0/e_0=1.0$ である。履歴特性を表すパラメータの値は、 $K_1/k=4$ 、 $K_2/k=2$ 、 $K_3/k=10$ である。計算では x_n および y_n は $n=19$ を超える項は無視した。このことは、式(20)で与えられる無次元フーリエ級数の10項目までを考慮したことになる。この図から、振幅がギャップ幅を超えると振幅の増加率が下がり、全体的に硬化ばねをもつ系の共振曲線の特徴が現れている。本論文で用いられている比較的小さい履歴特性を表すパラメータ (K_1/k , K_2/k , K_3/k) の値に対して、この結果は厳密解、アナログ解および実験結果とよく合う⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾。

4. 結言

本論文では、対称な衝突をする1自由度系の定常振動応答を求める方法を示した。衝突におけるエネルギー吸収と衝突時間を同時に考慮するために、反発力に履歴特性を考慮した。履歴特性としては、速度によって反発係数が変化する四角形の履歴特性を用いた。この履歴特性を用いて、調和励振を受けた場合の定常振動応答を求める計算方法を示し、計算例を示した。その結果、提案し

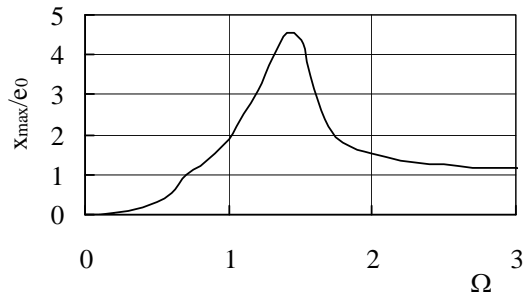


Fig.5 Resonance curve of single-degree-of-freedom system with quadrilateral hysteresis loop characteristics ($K_1/k=4$, $K_2/k=2$, $K_3/k=10$, $y_0/e_0=1.0$)

たモデルを用いると、衝突によるエネルギー吸収と衝突時間の両方を考慮することが可能で、衝突に特有の特徴をもつ共振曲線を求められることが明らかになった。この結果は、厳密解、アナログ解および実験結果とよく合う。

本論文は元山梨大学教育人間科学部 故渡辺武教授のご指導の下に進めたものである。ここに謝意を表す。

文 献

- (1) 化学工業会編, 配管, 丸善, (1970), 89-125
- (2) Lau, S.L. and Zhang, W.-S. Nonlinear Vibrations of Piecewise-linear Systems by Incremental Harmonic Balance Method. Trans. of ASME. Journal of Applied Mechanics. Vol.59, No.1, (1992), 153-160
- (3) Lin, S.Q. and Bapat, C.N., Extension of Clearance and Impact Force Estimation Approaches to a Beam-Stop System. Journal of Sound and Vibration. Vol.163, No.3, (1993), 199-212
- (4) Goldsmith, W., 1960. Impact. Edward Arnold, London. (1960), 249
- (5) 前澤成一郎・渡辺武, 履歴特性をもつ物体の定常衝突振動の解析, 日本機械学会論文集, 41 巻, 342 号, (1975), 420-431
- (6) 前澤成一郎・渡辺武, 履歴特性を持つ物体の定常衝突振動の解析 (第2報, 反発力が四角形の履歴特性をもつ場合), 日本機械学会論文集, 41 巻, 352 号, (1975), 3458-3469
- (7) Watanabe, T and Shibata, H., On Nonlinear Vibration of a Beam-Response of a Beam with a Gap at One End-, Report of the Institute of Industrial Science, The University of Tokyo, Vol.36, No.1, (1991)